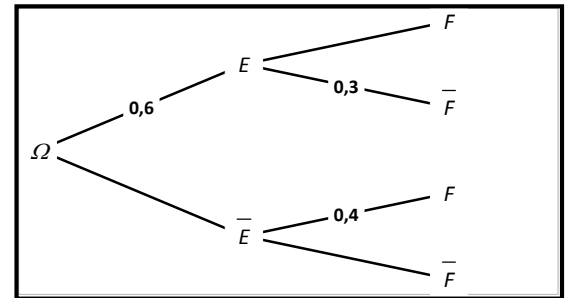


Exercice 1 (4,5 pts)

Partie A (Q.C.M)

Choisir la seule réponse exacte **sans** justification

- Soit Ω un univers, p une probabilité définie sur $\wp(\Omega)$ et A et B deux événements **indépendants** tels que $p(A) = 0.5$ et $p(B) = 0.6$. La probabilité de l'événement $A \cup \bar{B}$ est égale à :
 a) 0.9 b) 0.3 c) 0.6
- Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher dont **3** sont blanches, **4** sont rouges et **5** sont vertes. On tire simultanément trois boules de cette urne. La probabilité d'avoir au moins deux couleurs est égale à :
 a) $\frac{41}{44}$ b) $\frac{3}{44}$ c) $\frac{43}{44}$
- On considère l'arbre pondéré de probabilité ci –contre. La probabilité de " E sachant F" est :
 a) 0.42 b) 0.7 c) $\frac{21}{29}$



Partie B (Vrai ou Faux)

Répondre par vrai ou faux sans justification

- Soit $f(x) = \ln x$. La valeur moyenne de f sur l'intervalle $[\sqrt{e}, e]$ est égale à $\frac{1}{2(\sqrt{e}-1)}$
- La suite (U_n) définie sur \mathbb{N}^* par $U_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$ est croissante.
- Soient les intégrales $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos x}{2+\sin x} dx$ et $J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\sin x}$. La valeur de $I - J$ est $\ln 3$.

Exercice (7 pts)

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation **m**. Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité **m**.
- Parmi les employés ayant choisi la modalité **m**, 80 % sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité **m**, 75 % sont atteints d'une maladie chronique.

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

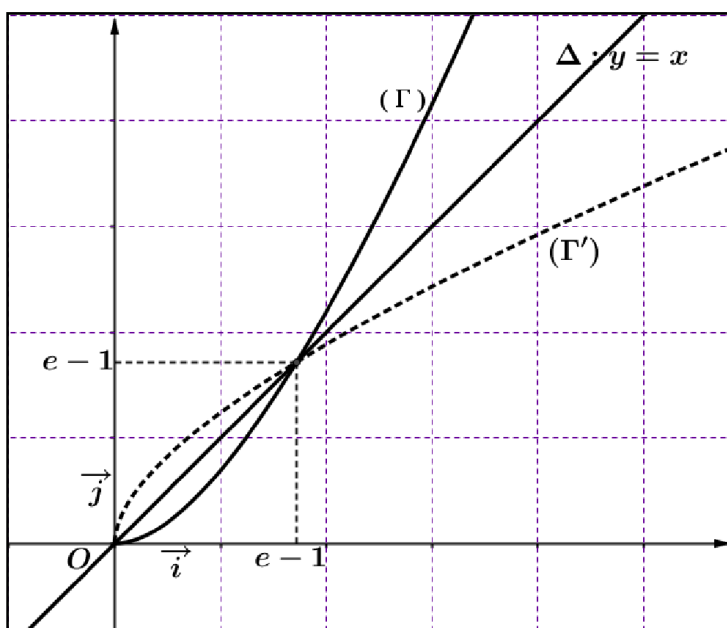
- M : " L'employé choisit la modalité **m**".
- C : " L'employé est atteint d'une maladie chronique".

- Déterminer les probabilités suivantes : $p(M)$; $p(C / M)$ et $p(C / \bar{M})$.
 - Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
- Calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité **m** et soit atteint d'une maladie chronique.
 - Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité **m** et soit atteint d'une maladie chronique.
 - En déduire $p(C)$.
- Soit l'événement E : " L'employé choisit la modalité **m** sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique".

Montrer que $p(E) = \frac{8}{23}$.

Exercice 3 (2,5pts)

Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = x \cdot \ln(x + 1)$ et (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On admet que g est une bijection de $[0, +\infty[$ sur lui-même et on désigne par (Γ') la courbe de la fonction g^{-1} réciproque de g et par Δ est la droite d'équation $y = x$.



1. Justifier que la courbe (Γ) est au-dessous de la droite Δ sur l'intervalle $[0, e - 1]$.

2. a) Vérifier que $\forall x \in [0, +\infty[$,

$$\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}.$$

b) Calculer alors l'intégrale $I = \int_0^{e-1} \frac{x^2}{x+1} dx$.

3. Utiliser une intégration par parties pour calculer l'aire \mathcal{A} du domaine limité par les courbes (Γ) , (Γ') et les droites d'équations $x = 0$ et $x = e - 1$.

Exercice 4 (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $[-1, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot e^{-x}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . **L'unité graphique est 2cm.**

1. a) Vérifier que pour $x > 0$, $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2}} \cdot x e^{-x}$.

b) En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ et interpréter graphiquement le résultat.

c) Etudier la dérivabilité de f à droite en (-1) et interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Montrer que pour tout $x > -1$, $f'(x) = \frac{(-1-2x)}{2\sqrt{x+1}} \cdot e^{-x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Tracer la courbe C ainsi que sa tangente horizontale et sa demi-tangente au point $A(-1, 0)$.

3. Soit C_0 l'arc de la courbe C défini par $C_0 = \{M(x, f(x)); x \in [-1, 0]\}$

a) Utiliser une intégration par parties pour calculer l'intégrale $I = \int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$.

b) En déduire le volume exact en cm^3 du solide engendré par la révolution de C_0 autour de l'axe des abscisses. L'espace est supposé rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$