

DEVOIR DE CONTÔLE n° 3

CLASSE : 4 TECH

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DUREE : 2 h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) L'inéquation $\ln(x+3) \leq \ln 6$ a pour ensemble de solution :

a) $]-\infty, 3]$

b) $]-3, 3]$

c) $[3, +\infty[$

2 Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - 3x + 5$. Une tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 est :

a) $y = -x + 1$

b) $y = 2x$

c) $y = -x + 2$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln \left(\frac{2+3x}{5x^2} \right) \right)$ est égale à

a) $+\infty$

b) $-\infty$

c) 0

4) $e^{\frac{1}{2} \ln 4} + e^{-\ln \frac{1}{2}}$ est égale à

a) $\frac{1}{2}$

b) 2

c) 4

Exercice 2 : (4 points)

Le tableau de variations ci-dessous est celui de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (e^x + a)e^x + b$ où a et b sont deux réels.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	-3	-4	

1) Calculer $f'(x)$ en fonction de a .

2) a) Donner, en utilisant le tableau de variation, $f'(0)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

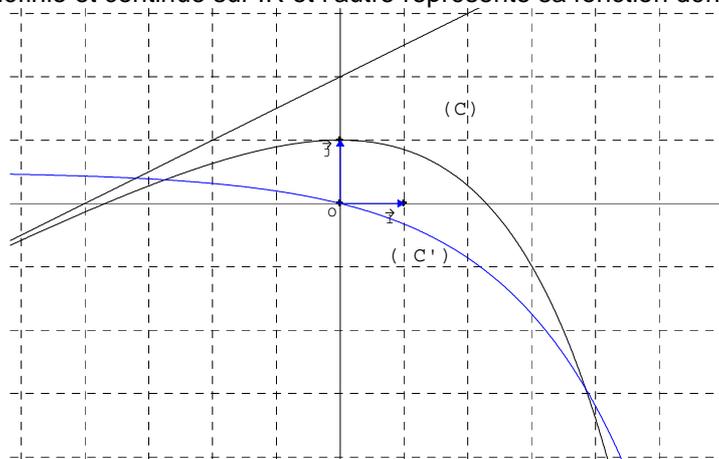
b) Déterminer alors a et b .

c) Calculer $f(0)$ et calculer la limite de f en $+\infty$.

3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(e^x - 2)e^x - 3 = 0$.

Exercice 3 : (6 points)

Dans la figure ci-dessous on a représenté dans un repère orthonormé une droite et deux courbes (C) et (C') : l'une représente une fonction f définie et continue sur \mathbb{R} et l'autre représente sa fonction dérivée.



1) En utilisant le graphique

a) Déterminer la courbe qui représente f et celle qui représente sa dérivée f' .

b) Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.

c) Dresser le tableau de variation de f .

Abderrazek Berrezig

d) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

2) La fonction f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2}x + a - e^{\frac{1}{2}x}$. où a est un réel.

a) Déterminer a .

b) Montrer que la courbe de f admet la droite $D : y = \frac{1}{2}x + 2$ une asymptote en $-\infty$ (la droite représentée dans la figure)

Exercice 4 : (4 points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1) Déterminer une équation cartésienne de la sphère S de centre $A(2, 1, 2)$ et de rayon 2

2) Soit a un réel et Q le plan d'équation $x + y + z - a = 0$, calculer en fonction de a la distance de A à Q

3) En déduire en fonction de a la nature de $S \cap Q$