Epreuve: Mathématiques	Devoir de contrôle n 3	Durée :2h
Prof : MAATALLAH	Le 19 - 04 - 2010	Classe : 4 Tec 2

EXERCICE N 1 :(7 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+x^2}}dx$.

1/ a) Soit f la fonction définie sur [0 ; 1] par : $f(x) = \ln(x+\sqrt{1+x^2})$. Calculer la dérivée f ' de f. En déduire u_0.

b) Calculer u_1.

2/ a) Prouver que (u_n) est décroissante. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$: $\frac{1}{(n+1)\sqrt{2}} \le u_n \le \frac{1}{n+1}$. Déduire la limite de (u_n).

3/ Pour tout entier $n \ge 3$, on pose : $I_n = \int_0^1 x^{n-2}\sqrt{1+x^2}\,dx$.

a) Pour tout entier $n \ge 3$, vérifier que : $u_n + u_{n-2} = I_n$ puis montrer que : $nu_n + (n-1)u_{n-2} = \sqrt{2}$.

b) En déduire que, pour tout entier $n \ge 3$:$(2n-1)u_n \le \sqrt{2}$. Montrer que la suite (nu_n) converge et calculer sa lim[redacted]

EXERCICE N 2 :(6 points)

On dispose d'une urne U_1 contenant 1 boule blanche et 3 boules noires et d'une urne U_2 contenant 2boules blanches et 2 boules noires .

1/ On choisit au hasard l'une des deux urnes puis on y tire successivement et avec remise 3 boules .

a) Montrer que la probabilité de l'événement F « Obtenir trois boules blanches » est égale à $\frac{9}{128}$.

b) Calculer la probabilité de choisir l'urne U_1 sachant que les boules tirées sont blanches .

2/ Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard 2 boules de chaque urne , on obtient ainsi 4boules.

a) Calculer la probabilité de l'événement E « parmi les 4 boules tirées , il y exactement 2 boule blanches» .

b) Calculer la probabilité d'avoir tiré une et une seule boule de U_1 sachant qu'on a tiré 2 boules blanches .

c) On note X l'aléa numérique qui , à chaque tirage , associe le nombre de boules blanches obtenues. Détermine[redacted]i de probabilité de X.

d) On répète la dernière épreuve 4 fois de suite et on note Y le nombre de fois où l'événement E est réalisé. Déterminer la loi de probabilité de Y. Calculer $E(Y)$, $V(Y)$, et $\sigma(Y)$

EXERCICE N 3 :(7 points)

1/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2x} - x - 1$.

a) Dresser le tableau de variation de g .

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet, dans IR , exactement deux solutions dont l'une est 0 et l'autre[redacted] notée α .Vérifier que $-0.8 < \alpha < -0.79$. Donner le signe de $g(x)$

2/ Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = e^{4x} - (2x+1)e^{2x}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ (unité :2 cm)

a) Montrer que : $f'(x) = 4e^{2x}.g(x)$. Dresser le tableau de variation de f . Montrer que $f(\alpha) = -\alpha(\alpha+1)$

b) Tracer (C_f) dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$ (On prend $\alpha = -0,8$)

3/ Soit λ un réel négatif.

a) A laide d'une intégration par parties calculer $\int_\lambda^0 xe^{2x}dx$.

b) Calculer l'aire $A(\lambda)$ du domaine limité par la courbe (C_f) et les droites: $x = \lambda, x = 0$ et $y = 0$. Calculer $\lim_{\lambda \to -\infty} A(\lambda)$

.

Bon travail