| | | |
|---|---|---|
| Lycée secondaire ALI BOURGUIBA | | 2009 - 2010 |
| Épreuve : Mathématiques | Devoir de Synthèse n° 2 | Durée : 3h |
| Prof : MAATALLAH | Le 03 - 03 - 2010 | Classe : 4 Tec 1,2 |

**NB :** *La présentation et la rédaction seront prises en compte dans l'appréciation de la copie !*

## EXERCICE N1 ( 3 points )

*Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est correcte .Relever cette réponse.*

1/ la fonction $f$ définie par : $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$ a pour limite :

a) $0$ en $+\infty$ b) $1$ en $0^+$ c) $0$ en $0^+$

2 /Le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \ln[\ln(-x)]$ est :

a) $]-\infty, -1[$ b) $]-1, 0[$ c) $]-\infty, 0[$

3/ Soit C et D deux événements indépendants . On donne $p(C) = \frac{1}{3}$ et $p(D) = \frac{1}{12}$ On a alors :

a) $p(D \cap C) = \frac{5}{12}$ b) $p(D \cup C) = \frac{7}{18}$ c) $p(C/D) = \frac{1}{36}$

4/On lance un dé équilibré trois fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins un 6 est :

a) $\frac{3}{6}$ b) $\frac{1}{216}$ c) $\frac{91}{216}$

## EXERCICE N 2 (5 points )

Pour fabriquer un appareil on utilise successivement et dans cet ordre deux machines $M_1$ et $M_2$.

La machine $M_1$ peut provoquer deux défauts $d_1$ et $d_2$.

Un relevé statistique permet d'estimer que : 4 % des appareils présentent le défaut $d_1$ et lui seul ; 2 % des appareils présentent le défaut $d_2$ et lui seul ; 1 % des appareils présentent à la fois les défauts $d_1$ et $d_2$.

1/ On prélève au hasard un appareil à la sortie de $M_1$. On note A l'événement : « l'appareil présente le défaut $d_1$ » ; B l'événement : « l'appareil présente le défaut $d_2$ ».

a- Calculer les probabilités des événements A et B . Les événements A et B sont-ils indépendants ?

b- Soit D l'événement : « l'appareil présente au moins un défaut ». Montrer que la probabilité de l'événement D est égale à 0,07.

c- Quelle est la probabilité pour que l'appareil ne présente aucun défaut ?

2/ A la sortie de la machine $M_1$ les appareils en cours de fabrication passent par la machine $M_2$ qui peut provoquer un défaut $d_3$ dans les conditions suivantes :

- 60 % des appareils ayant au moins un défaut en sortant de $M_1$ présentent le défaut $d_3$ ;
- 3 % des appareils sans défaut à la sortie de $M_1$ présentent le défaut $d_3$.

On prélève au hasard un appareil après les passages successifs dans les machines $M_1$ et $M_2$.

On note C l'événement : « l'appareil présente le défaut $d_3$ ».

a- Traduire les informations précédentes à l'aide d'un arbre pondéré.

b- Quelle est la probabilité qu'un appareil fabriqué soit sans défaut ?

## EXERCICE N3 ( 5 points )

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1,2,-3)$, $B(0,2,-2)$, $C(1,1,-2)$ et $D(1,2,-1)$ .

1/ a- Montrer que A, B,C et D sont non coplanaires . Calculer le volume du tétraèdre ABCD .

b-Calculer la distance du point B à la droite (AD).

2/ Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z + 8 = 0$

a- Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon .

b- Montrer que [AD] est un diamètre de S .

c- Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}$ et en déduire que A,B , C et D appartiennent à la sphère S.

d- Donner une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A .

3/ Soit le plan P d'équation : $2x - y + 2z + 3 = 0$ .

a- Montrer que P coupe S en un cercle C dont on précisera le centre et le rayon .

b-Déterminer l'équation du plan P' parallèle à P et coupant S suivant un cercle de rayon $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

## EXERCICE N4 ( 7 points )

1/ Soit $\varphi$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = e^x + x + 1$.

a- Etudier le sens de variation de $\varphi$ et ses limites en $-\infty$ et $+\infty$ .

b- Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ sur [−2 ; −1] et que $-1{,}28 < \alpha < -1{,}27$

c- Etudier le signe de $\varphi(x)$ sur $\mathbb{R}$ .

2/ Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ et(C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$

a- Montrer que $f'(x) = \frac{e^x\varphi(x)}{(e^x+1)^2}$. En déduire le sens de variation de $f$.

b- Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

3/ Soit T la tangente à (C) au point d'abscisse 0. Donner une équation de T et étudier la position de(C) par rapport à T.

4/ Démontrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à (C ) et étudier la position de C par rapport à D.

5/ Tracer sur un même graphique les droites T, D et la courbe( C) .

Bon Travail