

EXERCICE N1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est correcte. Relever cette réponse.

1/ la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$ a pour limite :

- a) 0 en $+\infty$ b) 1 en 0^+ c) 0 en 0^+

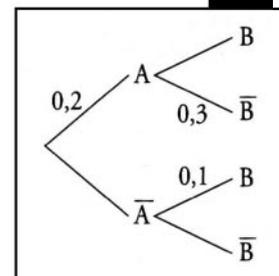
2/ Le domaine de définition de la fonction $f: x \mapsto \ln [\ln(-x)]$ est :

- a) $] -\infty, -1[$ b) $] -1, 0[$ c) $] -\infty, 0[$

3/ Soit C et D deux événements indépendants. On donne $p(C) = \frac{1}{3}$ et $p(D) = \frac{1}{12}$ On a alors :

- a) $p(D \cap C) = \frac{5}{12}$ b) $p(D \cup C) = \frac{7}{18}$ c) $p(C/D) = \frac{1}{36}$

4/ Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-contre où A et B sont deux événements, et leurs événements contraires. On a alors :



- a) $p(B) = 0,22$ b) $p(A \cap B) = 0,8$ c) $p(A/B) = 0,7$

EXERCICE N2 (5 points)

Pour fabriquer un appareil on utilise successivement et dans cet ordre deux machines M_1 et M_2 .

La machine M_1 peut provoquer deux défauts d_1 et d_2 .

Un relevé statistique permet d'estimer que : 4 % des appareils présentent le défaut d_1 et lui seul ; 2 % des appareils présentent le défaut d_2 et lui seul ; 1 % des appareils présentent à la fois les défauts d_1 et d_2 .

1/ On prélève au hasard un appareil à la sortie de M_1 . On note A l'événement : « l'appareil présente le défaut d_1 » ; B l'événement : « l'appareil présente le défaut d_2 ».

- a- Calculer les probabilités des événements A et B . Les événements A et B sont-ils indépendants ?
- b- Soit D l'événement : « l'appareil présente au moins un défaut ». Montrer que la probabilité de l'événement D est égale à 0,07.
- c- Quelle est la probabilité pour que l'appareil ne présente aucun défaut ?

2/ A la sortie de la machine M_1 les appareils en cours de fabrication passent par la machine M_2 qui

EXERCICE N₃ (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1,2,-3)$, $B(0,2,-2)$, $C(1,1,-2)$ et $D(1,2,-1)$.

1/ a- Montrer que A, B, C et D sont non coplanaires. Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

b- Calculer la distance du point B à la droite (AD) .

2/ Soit S l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z + 8 = 0$

a- Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.

b- Montrer que $[AD]$ est un diamètre de S .

c- Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$ et en déduire que A, B, C et D appartiennent à la sphère S .

d- Donner une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A .

3/ Soit le plan P d'équation : $2x - y + 2z + 3 = 0$.

a- Montrer que P coupe S en un cercle C dont on précisera le centre et le rayon.

b- Déterminer l'équation du plan P' parallèle à P et coupe S suivant un cercle de rayon $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

EXERCICE N₄ (7 points)

1/ Soit φ la fonction définie sur \mathbb{R} par $\varphi(x) = e^x + x + 1$.

a- Etudier le sens de variation de φ et ses limites en $-\infty$ et $+\infty$.

b- Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[-2; -1]$ et que $-1,28 < \alpha < -1,27$.

c- Etudier le signe de $\varphi(x)$ sur \mathbb{R} .

2/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

a- Montrer que $f'(x) = \frac{e^x \varphi(x)}{(e^x + 1)^2}$. En déduire le sens de variation de f .

b- Montrer que $f(\alpha) = \alpha + 1$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

3/ Soit T la tangente à (C) au point d'abscisse 0 . Donner une équation de T et étudier la position de (C) par rapport à T .

4/ Démontrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à (C) et étudier la position de C par rapport à D .

5/ Tracer sur un même graphique les droites T, D et la courbe (C) .

Bon Travail