Lycée secondaire ALI BOURGUIBA

Epreuve : Mathématiques

Devoir de synthèse n° : 2

Durée : 3 h

Prof : MAATALLAH

Le 04 - 03 - 2009

Classe : 4 S. Tec 1, 2

EXERCICE N 1(3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est correcte. Relever cette réponse.

1/ Soit $I = \int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x} dx = a$, alors a est égale :

a) 1

b) $\frac{1}{2}$

c) 2

2/ Le domaine de définition de la fonction $f : x \mapsto \ln(\ln x)$ est :

a)]0,+[

b)]0,1[

c)]1,+ [

3/ La limite de f :x $\mapsto \frac{\ln(x+5)}{\sqrt{x+2}}$ lorsque x tend vers + est égale à :

a) 0

b) 1

c)

EXERCICE N 2 (5 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé (o , i , j , k). On considère les points A(1,1,0) , B(1,0 , 1) et C(0 , 1 , 1) et l'ensemble S = $\{M(x,y,z) \mid \xi \mid x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 2 = 0\}$.

1/Montrer que S est une sphère de centre I (1, 1, 1) et de rayon R = 1.

2/ a) Déterminer les composantes du vecteur AB AC.

- b) Soit P le plan passant par A,B et C. Montrer que P à pour équation : x + y + z 2 = 0
- c) Montrer que O ,A,B et C forment un tétraèdre puis calculer son volume .
- d) Montrer que P et S se coupent selon un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

3/ Soit Q le plan d'équation : $x - y + \overline{2}z + 2 - \overline{2} = 0$.

- a) Montrer que Q est tangent à S en un point J qu'on déterminera .
- b) Donner une équation du plan Q' tangent à S et strictement parallèle à Q.

EXERCICE N 3 (4 points)

Un client désirant louer une voiture auprès de la société (LV) doit formuler sa demande en précisant deux critères : *) la puissance du véhicule : il a le choix entre deux catégories A ou B

**) l'équipement : voiture climatisée ou non climatisée.

Une étude statistique portant sur un grand nombre de clients a permis d'établir que $60\,\%$ des clients louent une voiture de catégorie A et que parmi eux , $20\,\%$ désirent la climatisation. En revanche , $60\,\%$ des clients préférant la catégorie B optent pour la climatisation.

1/ Traduire à l'aide d'un arbre de probabilité la situation décrite ci-dessus.

2/ On choisit au hasard un client et on définit les évènements suivants :

E :{ le client a choisi une voiture de catégorie A climatisée} , F :{ le client a choisi une voiture climatisée}

- a) Déterminer les probabilités de ces évènements.
- b) Quelle est la probabilité pour que la voiture choisie soit de catégorie A sachant qu'elle est climatisée ? EXERCICE N 4 (3 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^{x})$. On pose $I(\alpha) = \int_{0}^{\alpha} f(x) dx$, avec $\alpha > 0$

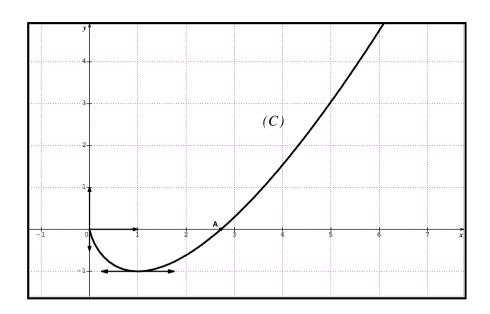
1/Montrer que $x \in \mathbb{R}$ on $a \in f(x) > 0$. Quel est le signe de $I(\alpha)$?

2/Calculer f + f' puis calculer $I(\alpha)$

3/ Calculer la limite de $I(\alpha)$ pour α tendant vers +

Voir suite au verso





$$\begin{array}{ccc}
f[x] & & f[x] \\
x & & x
\end{array}$$