Lycée S.C.J Gafsa A /S 2017-2018	DEVOIR DE CONTROLE N°2	Prof :Mr ,Slimen .L Niveau :$4^{ème}T_2$

Exercice N°1 (3pts)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse :

1)Sachant que $e^{i\theta}$ est solution de l'équation : $z^2 - 2\cos\theta\, z + 1 = 0$, alors l'autre solution est :

a)$i\cos\theta$ b) $ie^{i\theta}$ c) $e^{-i\theta}$

2/Les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - 6z + 1 = 0$ sont :

a) opposées b) inverses uniquement c) conjuguées et inverses

3/On donne le nombre complexe $j = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ on a :

a) $j^3 = j$ b) $j^3 = j^2$ c) $j^3 = 1$

Exercice N°2 (6pts)

1/Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1+3i)z - 4 = 0$

2/On considère l'équation complexe (E): $z^3 - (1+i)z^2 - (2i-2)z - 8i = 0$

a-Montrer que l'équation (E) possède une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b-Déterminer les nombres complexes a et b tel que : $z^3 - (1+i)z^2 - (2i-2)z - 8i = (z+2i)(z^2 + az + b)$

c-Résoudre alors ,l'équation (E).

3/Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.On désigne par $A(-1+i)$,$B(-2i)$ et $C(2+2i)$.

a- Donner la forme exponentielle de Z_A, Z_B et Z_C.

b-Montrer que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Déduire la nature du triangle ABC.

c-On considère les points E et F tels que ABEC et ABCF soient deux parallélogrammes.

(i)Déterminer Z_E et Z_F.

(ii)Prouver que les points C, E et F sont alignés.

Exercice N°3 (6pts)

Soit la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & si \quad x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

1/Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

2/a-Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 1.

b-Donner les équations des demi-tangentes de f au point d'abscisse 1.

c-Dresser le tableau de variation de f sur $[1,+\infty[$.

3/a-Montrer que f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J à préciser.

b-Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \epsilon [1,+\infty[$.

4/Monter que $f(x) = \frac{1}{2}x$ admet une unique solution $\alpha \in]1,2[$.

5/a-Montrer que pour tout $x \epsilon [1,+\infty[$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

b- En déduire que $|2\sqrt{x} - \alpha x| \leq |x(x-\alpha)|$.

Exercice N°4 *(5pts)*

Dans la graphe ci-contre on a tracer la courbe représentative graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.T est la tangente à ξf au point $A(4,1)$.

-La courbe ξf admet exactement deux tangentes horizontale .

- La courbe ξf admet deux branches paraboliques.

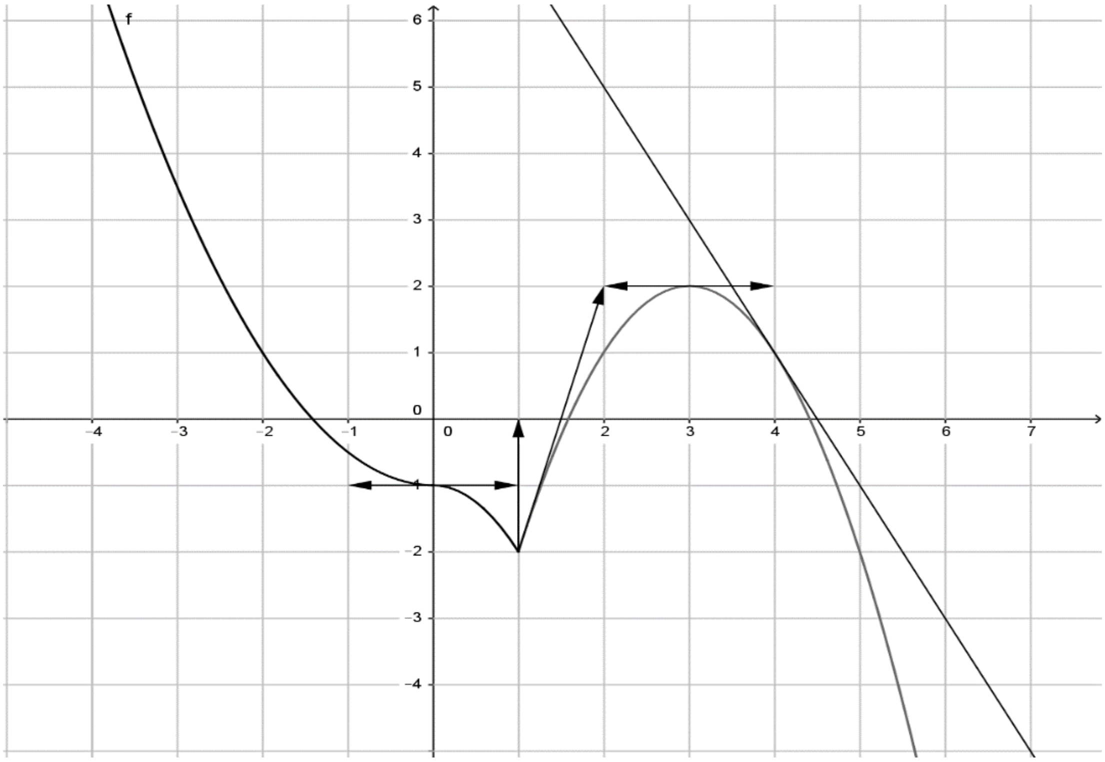
1/Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2/Déterminer $f'(0)$, $f'(3)$, $f'_d(1)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} \frac{f(x)+2}{x-1}$.

3/Dresser le tableau de variation de f.

4/a-Déterminer $f'(4)$et $f(4)$,puis donner l'équation de la tangente Tà ξf.

b-Déterminer une valeur approché de $f(4{,}001)$à 10^{-2} prés .



« La jeunesse croit à beaucoup de choses qui sont fausses ; la vieillesse doute de beaucoup de choses qui sont vraies »

« Jeunesse sans discipline, maison sans toit »

« la jeunesse a un visage, l'âge a une belle âme »

BON TRAVAIL