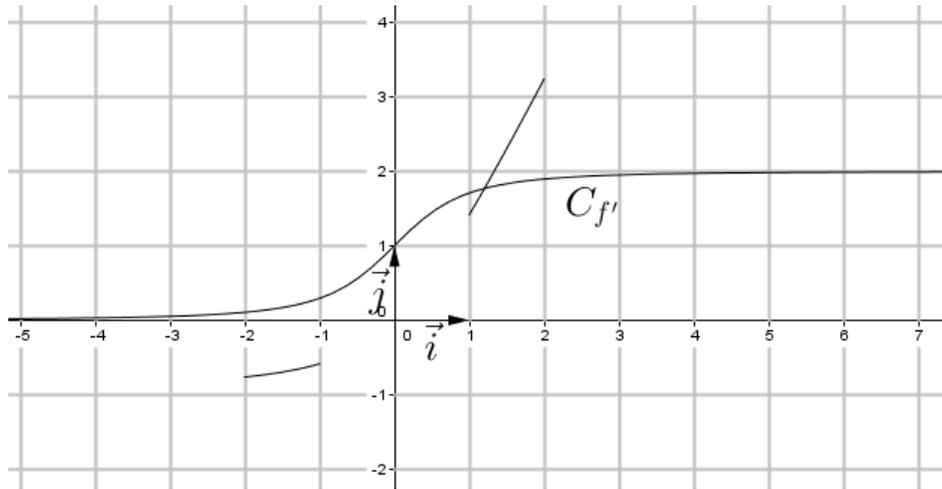


Exercice N°1(7pts)

On donne une fonction f définie sur \mathbb{R} dont la fonction dérivée f' est représentée ci-dessous :



1. En utilisant le graphique

- Déterminer $f'(0)$
- Existe-il un point de C_f où la tangente est horizontale ?
- Donner le signe de $f'(x)$, en déduire la monotonie de f .

2. Admettant que $f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

- Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1}) = 0$.
- Déterminer l'unique primitive f tel que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$, en déduire que $f(0) = 0$ et $f(\sqrt{2}) = 1$.

3. Une partie de C_f est tracée dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- Donner une équation de la tangente T_0 à C_f au point d'abscisse 0.
- Vérifier que la droite D d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote au voisinage de $+\infty$.
- Compléter la courbe de C_f en traçant T_0 et D .

- Montrer que f établit une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on déterminera.
- Représenter la courbe de f^{-1} dans le même repère.

Exercice N°2 (3pts)

Soit la fonction $f : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$

1. Prouver l'existence et l'unicité d'une primitive F de f sur $[0, +\infty[$ s'annulant en 0

2. On pose pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, $K(x) = F(\tan x)$

(a) Montrer que la fonction K est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ et $K'(x) = 1$

(b) Montrer que pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, $K(x) = x$, puis calculer $F\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ et $F(1)$

Exercice N°3(5pts)

Les questions dans cet exercice sont indépendantes

1. (a) résoudre dans \mathbb{R} : $\ln^2 x - \ln x = 0$

(b) Déduire le signe de $(\ln^2 x - \ln x)$ pour tout $x > 0$

2. Calculer les limites suivantes: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \ln x + 1}{\ln x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + x + 1)}{x}$. En justifiant

3. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{\ln x}$

(a) Déterminer l'ensemble de définition de f

(b) Donner l'expression de $f'(x)$

Exercice N°4(5pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points $A(-2, 0, 1)$; $B(1, 2, -1)$ et $C(-2, 2, -2)$.

1. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) .

(b) Montrer que le point $C \notin (AB)$

(c) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés

(a) Vérifier qu'une équation du plan (ABC) est $2x - y + 2z = 0$

(b) Donner une représentation paramétrique de la droite parallèle (ABC) passant par O .

2. Soit P et P' les plans d'équations respectives $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$. Montrer que les plans

P et P' sont sécants suivant une droite D d'équations paramétriques
$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3\alpha \\ z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

3. Déterminer le point d'intersection de D avec le plan (ABC) .

Bon travail