LYCEE ASSAD IBN ALFOURAT OUED ELLIL

DEVOIR DE CONTRÔLE n° 2

CLASSE : 4 TECH $_2$
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES **DUREE :** 2 h **COEFFICIENT :** 3

Exercice 1 : (4 points)

1) ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a. $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AD}$ = …

a) a^2 b) $\frac{a^2}{2}$ c) $-a^2$ d) $-\frac{a^2}{2}$

2) Les plans P et Q d'équation respectives : 3x-5y+2z =1 et 6x-10y +z = 3 sont des plans :
a) Orthogonaux b) parallèles c) sécants d) strictement parallèles.

3) On considère un cube ABCDEFGH on muni l'espace du repère (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$). Le plan CFH a pour équation :
a) $x - y + z = 2$ b) $x + y + z = 2$ c) $x + y - z + 2 = 0$ d) $x + y - z = 2$

4) On considère un plan P d'équation $x + 2y - z - 4 = 0$ et la droite D définie par A(1 ;-3 ;0) et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}$. Le plan P et la droite D sont sécants en un point dont l'abscisse est :

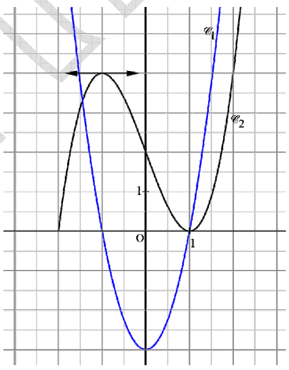
a) 4 b) 0 c) –2 d) 1

5) ABCDEFGH un cube d'arête 1. $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=$

a) $\overrightarrow{AE}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}\,\overrightarrow{AE}$ c) $\sqrt{2}\,\overrightarrow{CG}$ d) $\vec{0}$

Exercice 2 : (4 points)

Le graphique ci-dessous représente dans un repère orthonormé les courbes d'une fonction f et une primitive F de f. F et f définies et continues sur [-2, +∞[et admettant chacune une branche parabolique de direction (Oy) au voisinage de (+∞).



1) Reconnaitre la courbe de f et celle de F. Justifier votre réponse.
2) Dresser le tableau de variation de F.
3) On donne $f(x) = 3x^2 - 3$. Donner l'expression de F(x).

Exercice 3 : (6 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On donne les droites Δ et Δ' passant respectivement par $A(1,0,-1)$, $B(1,0,0)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{u}'\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$.

1) a- Montrer que les droites Δ et Δ' sont orthogonales.

b- Montrer que les droites Δ et Δ' ne sont pas coplanaires.

2) a- Montrer qu'une équation cartésienne du plan P contenant Δ et perpendiculaire à Δ' est $x-y+z=0$.

b- Déterminer les coordonnées du point I d'intersection de P et Δ'.

3) Soit Q le plan passant par le point $C(1,1,1)$ et contenant Δ'. Déterminer une équation cartésienne de Q.

Exercice 4 : (6 points)

Le graphique ci dessous est celui d'une fonction f définie, continue sur $[0,3]$ et dérivable sur $[0,3[$

T_1 : la demi-tangente au point d'abscisse 0
T_2 : la tangente horizontale au point d'abscisse 2
T_3 : la demi-tangente au point de cordonnées (3, 0)
En utilisant la courbe représentative de f :

1) Répondre par VRAI ou FAUX **en justifiant** :

a) $f'_d(0)=-1$

b) $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{f(x)}{x-3}=+\infty$

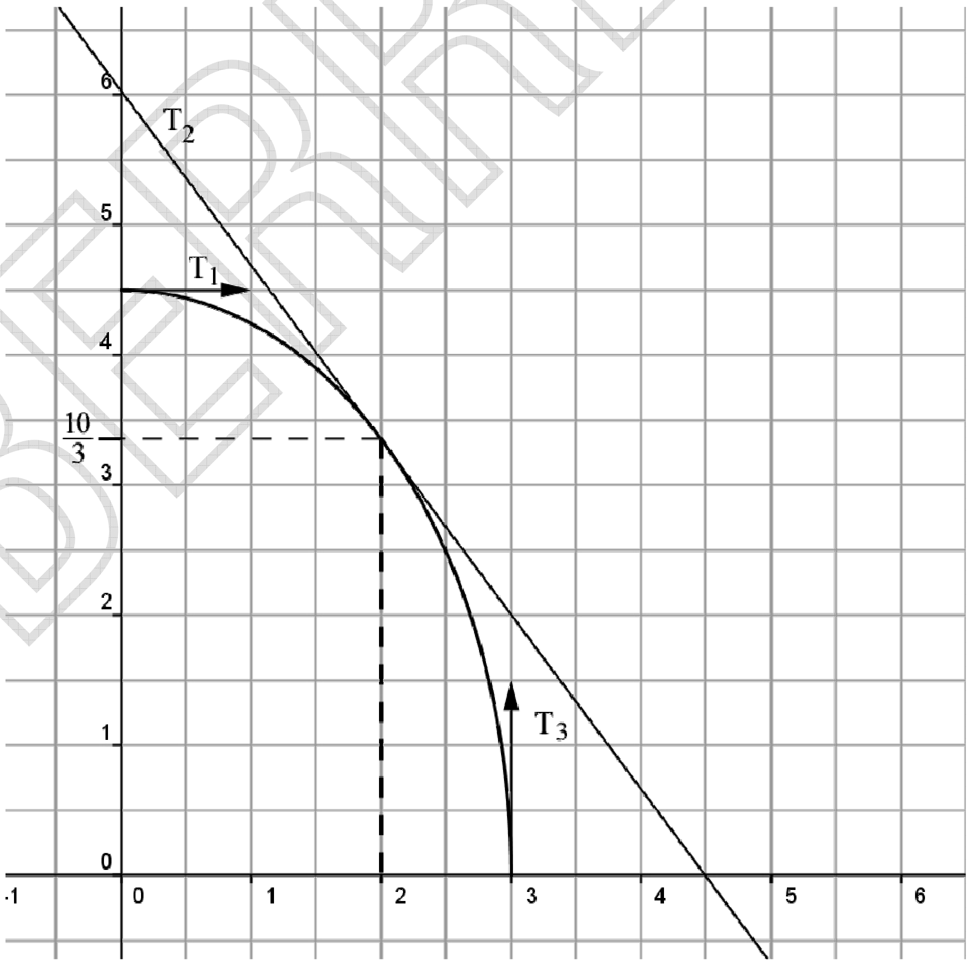
c) $f'(2)=-1$

d) La fonction f réalise une bijection de $[0,3]$ sur $\left[0,\frac{9}{2}\right]$.

2) Déterminer l'ensemble de dérivabilité de f^{-1}.

3) Déterminer $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{10}{3}\right)$ et $\left(f^{-1}\right)'_d(0)$

4) Tracer la courbe C' de la fonction f^{-1}.



CORRECTION

CLASSE : 4 TECH $_2$

Exercice 1 : (1 x 5 = 5 points)

1) ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a. $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AD}$ **b)** $\frac{a^2}{2}$

2) Les plans P et Q d'équation respectives : 3x-5y+2z =1 et 6x-10y +z = 3 sont deux plans : **c)** sécants

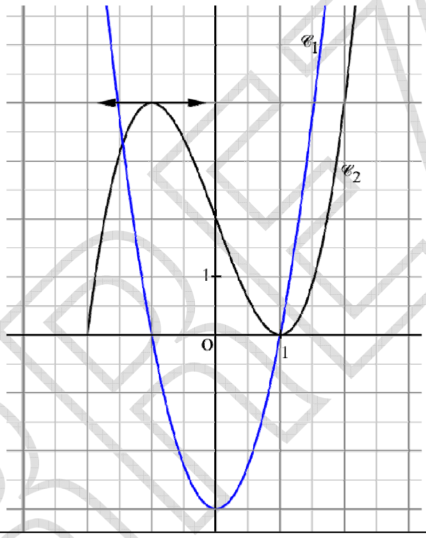
3) On considère un cube ABCDEFGH on muni l'espace du repère (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$).
Le plan CFH a pour équation : **b)** x + y + z = 2

4) On considère un plan P d'équation x + 2y – z – 4 = 0 et la droite $D:\begin{cases} x=1-\alpha \\ y=-3 \quad \alpha\in IR \\ z=2\alpha \end{cases}$

Le plan P et la droite D sont sécants en un point dont l'abscisse est : **a)** 4

5) ABCDEFGH un cube d'arête 1. $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=$ **a)** $\overrightarrow{AE}$

Exercice 2 : (4 points)



<table>
<tr><td>1) La courbe $\mathscr{C}_2$ est celle de F car si non la courbe $\mathscr{C}_2$ est celui d'une fonction croissante ce qui est impossible.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>2)
<table>
<tr><td>x</td><td>- 2</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>+∞</td></tr>
<tr><td>F(x)</td><td>0</td><td>↗</td><td>4</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>+∞</td></tr>
</table>
</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>3) On donne $f(x)=3x^2-3$ donc $F(x)=3\times\frac{1}{3}x^3-3x+c=x^3-3x+c$ or $F(0)=2$ donc $c=2$
ainsi $F(x)=x^3-3x+2$</td><td>1</td></tr>
</table>

Exercice 3 : (6 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On donne les droites Δ et Δ' passant respectivement par $A(1,0,-1)$, $B(1,0,0)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$.

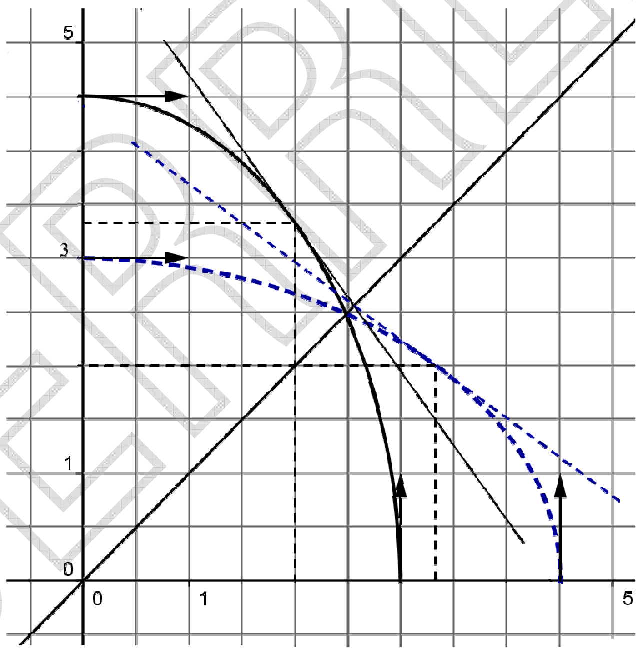
1) a) $\vec{u}\,.\,\vec{u'}=1\times1+2\times(-1)+1\times1=1-2+1=0$ donc $\vec{u}\perp\vec{u'}$ d'où les droites Δ et Δ' sont orthogonales.	**0,75**

b) $\det\left(\overrightarrow{AB},\vec{u},\overrightarrow{u'}\right)=\begin{vmatrix}0&1&1\\0&2&-1\\1&1&1\end{vmatrix}=1\times(-1)-2\times1=-1-2=-3\neq0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ ne sont pas coplanaires et par suite les droites Δ et Δ' ne sont pas coplanaires.	**1**
2) a) P est perpendiculaire à Δ' donc $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P $P: x-y+z+d=0$ et $\Delta\subset P$ donc $A(1,0,-1)\in P$ ainsi $1-0-1+d=0\Leftrightarrow d=0$ $P: x-y+z=0$	**1,25**
b) le système d'équations paramétriques de Δ' est $\begin{cases}x=1+m\\y=-m \quad m\in IR\\z=m\end{cases}$ $I(x,y,z)\in P\cap\Delta'\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+m\\y=-m\\z=m\\x-y+z=0\end{cases}\quad m\in IR\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+m\\y=-m\\z=m\\1+m+m+m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{1}{3}\\x=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\\y=\frac{1}{3}\\z=-\frac{1}{3}\end{cases}$ D'où $I\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$	**1,5**
3) Q le plan passant par le point $C(1,1,1)$ et contenant Δ' $C\notin$ Δ' Donc $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ sont deux vecteurs directeurs de Q. $\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à Q donc $Q: -2x-y+z+d=0$ et $C(1,1,1)\in Q$ donc $-2-1+1+d=0\Leftrightarrow d=2$ d'où $Q: -2x-y+z+2=0$	**1,5**

Exercice 4 : (6 points)

1) Répondre par VRAI ou FAUX **en justifiant** :

a) $f'_d(0)=-1$ **faux** en effet la courbe de f admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse 0 donc $f'_d(0)=0$ **b)** $\lim\limits_{x\to3^-}\frac{f(x)}{x-3}=+\infty$ **faux** en effet la courbe de f admet une demi-tangente verticale dirigée vers le haut au point d'abscisse 3 donc $\lim\limits_{x\to3^-}\frac{f(x)}{x-3}=-\infty$ **c)** $f'(2)=-1$ **faux** en effet la courbe de f admet une tangente au point d'abscisse 2 de pente $\frac{6-0}{0-4,5}=\frac{6}{-4,5}=-\frac{4}{3}$	**2**

Donc $f'(2)=-\frac{4}{3}$ **d)** La fonction f réalise une bijection de $[0,3]$ sur $\left[0,\frac{9}{2}\right]$ **vrai** la fonction f est strictement décroissante sur $[0,3]$ donc elle réalise une bijection de $[0,3]$ sur $f\left([0,3]\right)$ et comme f est continue sur $[0,3]$ donc $f\left([0,3]\right)=[f(3),f(0)]=\left[0,\frac{9}{2}\right]$	
2) f est dérivable sur $[0,3[$ et $f'(x)\neq 0$ pour tout $x\in]0,3[$ donc f^{-1} est dérivable sur $f\left(]0,3[\right)=\left]0,\frac{9}{2}\right[$ Comme la courbe de f admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse 3 donc la courbe de la fonction f^{-1} admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse f(3) = 0 donc f^{-1} est dérivable à droite en 0 ainsi f^{-1} est dérivable sur $\left[0,\frac{9}{2}\right[$	**1,5**
3) $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{10}{3}\right)=\frac{1}{f'\left(f^{-1}\left(\frac{10}{3}\right)\right)}=\frac{1}{f'(2)}=-\frac{3}{4}$ La courbe de la fonction f^{-1} admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse f(3) = 0 donc $\left(f^{-1}\right)'_d(0)=0$	**0,75** x **2**
4) 	**1**