

Exercice 3 : (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(1, -1, 2)$; $B(1, 1, 0)$ et $C(3, 0, 2)$

- 1) Montrer que A, B et C déterminent un plan
- 2) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC)
- 3) Soit le point $I(2, -2, -1)$
 - a) Vérifier que $I \notin (ABC)$
 - b) Calculer le volume du tétraèdre IABC
 - c) Calculer la distance $d(I, (ABC))$. En déduire l'aire du triangle ABC
- 4) On donne le plan $P : x - 2y - 2z + 1 = 0$ et S l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace vérifiant $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 2z - 16 = 0$
 - a) Vérifier que S est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon
 - b) Montrer que S et P sont sécants suivant un cercle (C) dont on précisera le centre H et le rayon r

Exercice 4 : (6 points)

Le tableau ci - dessous représente les variations d'une fonction f sur $[0, +\infty[$

| | | | |
|---------|---|---------------|-----------|
| x | 0 | \sqrt{e} | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | 0 | - |
| f | 0 | $\frac{e}{2}$ | $-\infty$ |

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) . On suppose que la courbe représentative (C_f) passe par le point $A(1,1)$ et que sa tangente à (C_f) en A est la droite $T: y = x$

- 1) A) Donner $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- b) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$
- 2) Dans la suite la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = x^2(1 - \ln x) , & x \in]0, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$
 - a) Montrer que f est continue à droite en 0
 - b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat
 - c) Montrer que (C_f) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ qu'on précisera
 - d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et l'axe des abscisses
- 3) Tracer la tangente T et (C_f)