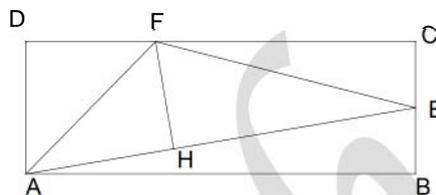


**EXERCICE N1 : (6 points)**

Soit  $ABCD$  un rectangle tel que  $AB = 6$  cm et  $AD = 2$  cm ;  $E$  est le milieu de  $[BC]$  et  $F$  défini par  $\overline{DF} = \frac{1}{3}\overline{DC}$  ;  $H$  est le projeté orthogonal de  $F$  sur  $(AE)$ .



1/ En utilisant les égalités  $\overline{AF} = \overline{AD} + \overline{DF}$  et  $\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE}$ , calculer  $\overline{AF} \cdot \overline{AE}$ .

2/ Pour la suite de l'exercice, on admet que  $\overline{AF} \cdot \overline{AE} = 14$ .

a- En calculant d'une autre manière le produit scalaire  $\overline{AF} \cdot \overline{AE}$ , déterminer la longueur  $AH$ .

b- En calculant d'une autre manière le produit scalaire  $\overline{AF} \cdot \overline{AE}$ , déterminer  $\cos(\widehat{EAF})$ .

3/ Soit  $I$  le milieu de  $[FE]$  et  $G$  le centre de gravité du triangle  $AEF$ .

Montrer que  $\overline{AG} = \frac{1}{3}(\overline{AE} + \overline{AF})$ . En déduire la longueur  $AG$ .

**EXERCICE N2 : (8 points)**

Le plan  $P$  est muni d'un repère orthonormé direct  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ . On considère les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes respectives  $z_A = 2\sqrt{3} + 2i$ ,  $z_B = -2 - 2i$ ,  $z_C = -2 + 2i\sqrt{3}$  et  $z_D = 2 - 2i\sqrt{3}$ .

1/ a- Placer les points  $A, B, C$  et  $D$ .

b- Calculer  $w = \frac{z_A - z_C}{z_A - z_D}$  et déduire le module et un argument de  $w$ . Quelle est la nature du triangle  $ACD$ .

2/ a- Déterminer le module et un argument de chacun des complexes  $z_C$  et  $z_B$ . Déduire la forme trigonométrique de  $\frac{z_C}{z_B}$ .

b- Ecrire  $\frac{z_C}{z_B}$  sous la forme algébrique. Déduire  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ .

c- Résoudre, alors, dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $(1 + \sqrt{3})\cos(2x) + (1 - \sqrt{3})\sin(2x) = 2$

d- Placer les points images des solutions sur un cercle trigonométrique.

3/ A tout point  $M \neq D$  d'affixe  $z$ , on associe le point  $M'$  d'affixe  $z' = \frac{z - z_C}{z - z_D}$ .

a- Vérifier que  $(z' - 1)(z - 2 + 2i\sqrt{3}) = 4 - 4i\sqrt{3}$ .

b- Déduire l'ensemble des points  $M'$  lorsque  $M$  décrit le cercle  $(C)$  de centre  $D$  et de rayon 4.

**EXERCICE N3 : (6 points)**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} & , \quad \text{si } x < 0 \\ 4x^3 - 6x^2 + x & , \quad \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

$(C_f)$  est sa courbe dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ Montrer que  $f$  est continue en 0. Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0 et interpréter les résultats sur  $(C_f)$ .

2/ Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^*$  et calculer  $f'(x)$  sur chacun des intervalles  $] -\infty, 0[$  et  $] 0, +\infty[$ .

3/ a- Déterminer le point  $M$  de  $(C_f)$  d'abscisse  $x_0 > 0$  tel que la tangente  $T_{x_0}$  à  $(C_f)$  est parallèle à la droite  $y = 25x - 11$ .

b- Déduire une équation de  $T_{x_0}$ .

Bon travail