LYCEE EL FAOUAR-KEBELI	DEVOIR DE SYNTHESE N°1
Niveau : 4eme SC 1-2	Durée : 2H
Date : 04-12-2019	Année scolaire : 2019/2020
Epreuve : Mathématiques	Professeur : El fekih Nader

Exercice 1 :(5,5 pts)

Soit les équations $(\mathbf{E_1})$:$Z^6=1$ et $(\mathbf{E_2})$:$Z^6=8i$

1-resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(\mathbf{E_1})$

(On donne les solutions sous forme exponentielle et algébrique)

2-a-verifier que $(\mathbf{1-i})^6=8i$

b-montrer que z est une solution de l'équation $(\mathbf{E_2})$ équivaut a $\frac{Z}{1-i}$ est une solution de l'équation $(\mathbf{E_1})$

c-en déduire les solutions de l'équation $(\mathbf{E_2})$

(On donne les solutions sous forme exponentielle et algébrique)

d-en déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$

e-dans l'annexe (1), le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$. Γ est le cercle de rayon $\sqrt{2}$ et H le point d'affixe $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

Placer les images des solutions de l'équation $(\mathbf{E_2})$

Exercice 2 :(5 pts)

Soit $f(x)=\frac{1}{\cos(x)}$ sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$

1-dresser le tableau de variation de f puis construire C_f

2-montrer que f réalise une bijection de $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

3-a-montrer que f^{-1} n'est pas dérivable à droite en 1

b-montrer que f^{-1} est dérivable sur $]1;+\infty[$

c−montrer que $\forall x \in]1;+\infty[$ on a $(f^{-1})'(x)=\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

d−construire $C_{f^{-1}}$

<u>Exercice 3 (5,5 pts)</u>

1−resoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_1) : $z^2+(2+i)z+i=0$

2−on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3+(1+i)z^2-2z-i=0$

a−vérifier que 1 est une solution de (E)

b−déterminer les nombres complexes a et b tels que :

$z^3+(1+i)z^2-2z-i=(z-1)(z^2+az+b)$

c−en déduire dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation (E)

3−dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé direct

$(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$.on considère les points A ;B et C d'affixes respectifs :

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$, $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ et $z_C=1$

a−mettre chacun des nombres complexes z_A *et* z_B sous forme exponentielle

b−montrer que les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1.

Construire les points A ; B et C dans la figure (2) de l'annexe

4−soient les points E et F du plan d'affixes respectives $z_E=z_A-1$ et $z_F=z_B-1$

a−montrer que OEAC et OFBC sont des parallélogrammes.

b−construire alors E et F

c−vérifier que : $e^{i\frac{5\pi}{12}}(e^{i\frac{7\pi}{12}}+e^{-i\frac{7\pi}{12}})=e^{-i\frac{\pi}{6}}-1$ et $e^{i\frac{13\pi}{12}}(e^{i\frac{\pi}{12}}+e^{-i\frac{\pi}{12}})=e^{i\frac{7\pi}{6}}-1$

d−déduire la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E_1)

Exercice 4 (4 pts)

On donne en annexe (3) la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur $[-2;0[$

1-par une lecture graphique :

a-donner f (−2), f (−1) , $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$,f' (−1) et $\lim\limits_{x \to (-2)^+} \frac{f(x)+1}{x+2}$

b-donner une équation de la tangente T au point d'abscisse -1

c-donner $f([-2;0[)$

d-dresser le tableau de variation de f

e-donner le signe de f, $\forall x \in [-2;0[$

3-a-montrer que f réalise une bijection de $[-2;0[$ sur un intervalle J que l'on précisera

b-dresser le tableau de variation de f^{-1}

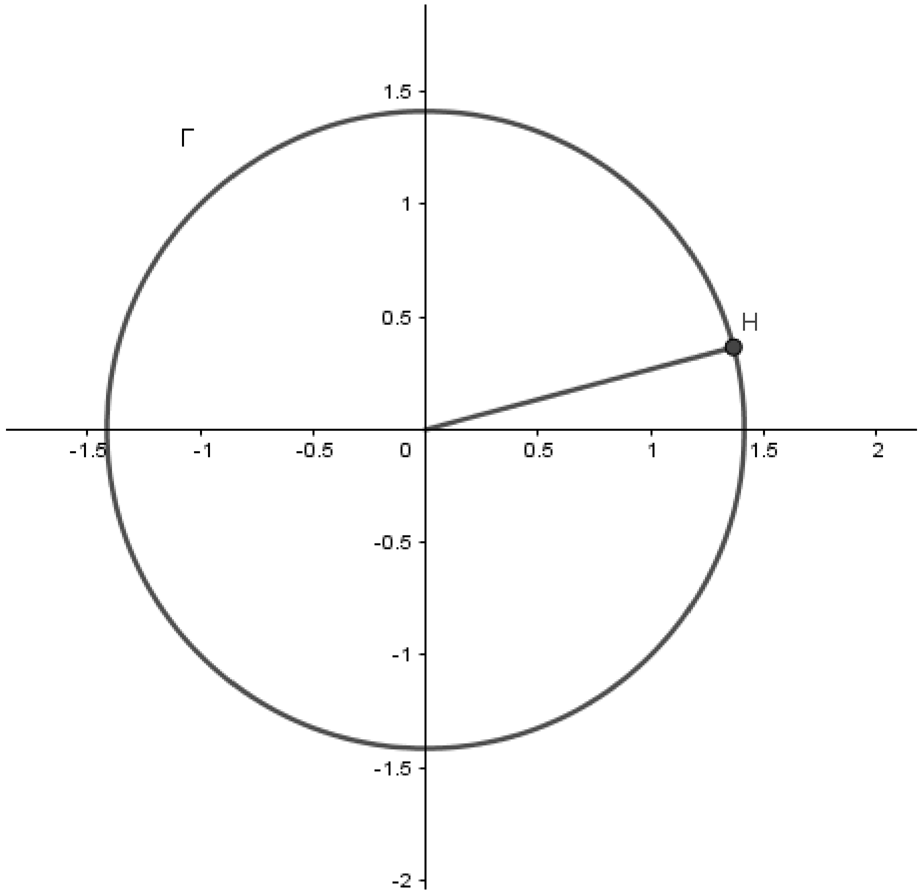
c-construire la courbe de f^{-1} dans le même repère (annexe 3)

☺ ☺ ☺BON TRAVAIL ☺ ☺ ☺

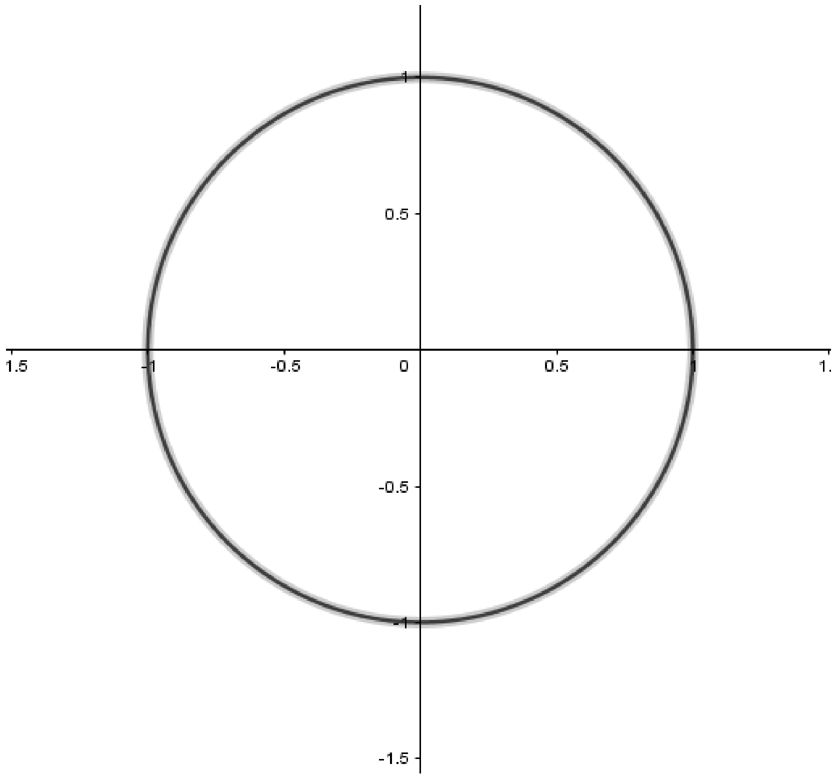
Annexes

Nom et prénom :………………………………………

Annexe 1 :



Annexe 2 :



Annexe 3