Afli Ahmed	Devoir de Synthèse n°1	Lycée I.K. Jemmel
4Sc.exp	Mathématiques	04/05/2016

N.B : La qualité de la rédaction, la numérotation des pages et le respect de l'ordre des questions, constituent un élément déterminant dans l'appréciation de la copie

Exercice 1 : (voir annexe page 3)

Exercice 2 : (4,5points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(2,-1,1) ; B(1,-2,-1) ; C(-1,1,3) et D(0,1,-1)

1.) a. Déterminer les composantes du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b. En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c. Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

2.) a. Calculer l'aire du triangle ABC.

b. Montrer que le volume du tétraèdre ABCD est égal à $\frac{11}{3}$

c. En déduire la distance du point D au plan (ABC).

3.) Déterminer l'ensemble des points M de l'espace tel que $\left(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}\right) \wedge \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

Exercice 2 : (4,5points)

Soit f la fonction définie sur $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ par : f(x) = 10 – 6 cos(x).

1.) a. Dresser le tableau de variation de f.

b. Déterminer l'extremum de f en précisant sa nature.

2.) Soit θ un réel de $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ .On pose (E_θ) : $z^2 + \left(1 + e^{i\theta}\right)z - 2\left(1 - e^{i\theta}\right) = 0$

a. Vérifier que (-2) est une solution de (E_θ).

b. Déduire l'autre solution de (E_θ).

3.) Soit A et M les points d'affixes respectives -2 et $1 - e^{i\theta}$ avec θ un réel de $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

a. Calculer la distance AM en fonction de θ.

b. En déduire la valeur de θ pour la quelle AM est minimale. (utiliser la question 1.))

Calculer cette distance.

Exercice 3 : (6,5points)

Soit f la fonction définie sur $[2;+\infty[$ par f(x) = $x-\sqrt{x^2-4}$

1.)Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$. Interpréter graphiquement ce resultat.

2.) a. Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 et interpréter le résultat graphiquement.

b. Montrer que f est dérivable sur $]2;+\infty[$ et calculer f ’(x) pour tout x ∈ $]2;+\infty[$.

3.) a. Dresser le tableau de variation de f.

b. Tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4.) a. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} continue et strictement décroissante sur un intervalle J que l’on précisera.

b. Montrer que f^{-1} est dérivable à gauche en 2 et donner$(f^{-1})'_g(2)$.

c. Calculer $f^{-1}(1)$ et $(f^{-1})'(1)$.

b. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x ∈ J.

5.) Pour tout entier $n\geq 1$, on pose $v_n=\dfrac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n} f^{-1}\left(1+\dfrac{1}{n+k}\right)$

a. Montrer que $f^{-1}\left(\frac{n+1}{n}\right)\leq v_n\leq f^{-1}\left(\frac{2n+1}{2n}\right)$

b. En déduire que (v_n) est convergente et donner sa limite.

Bonne Réflexion

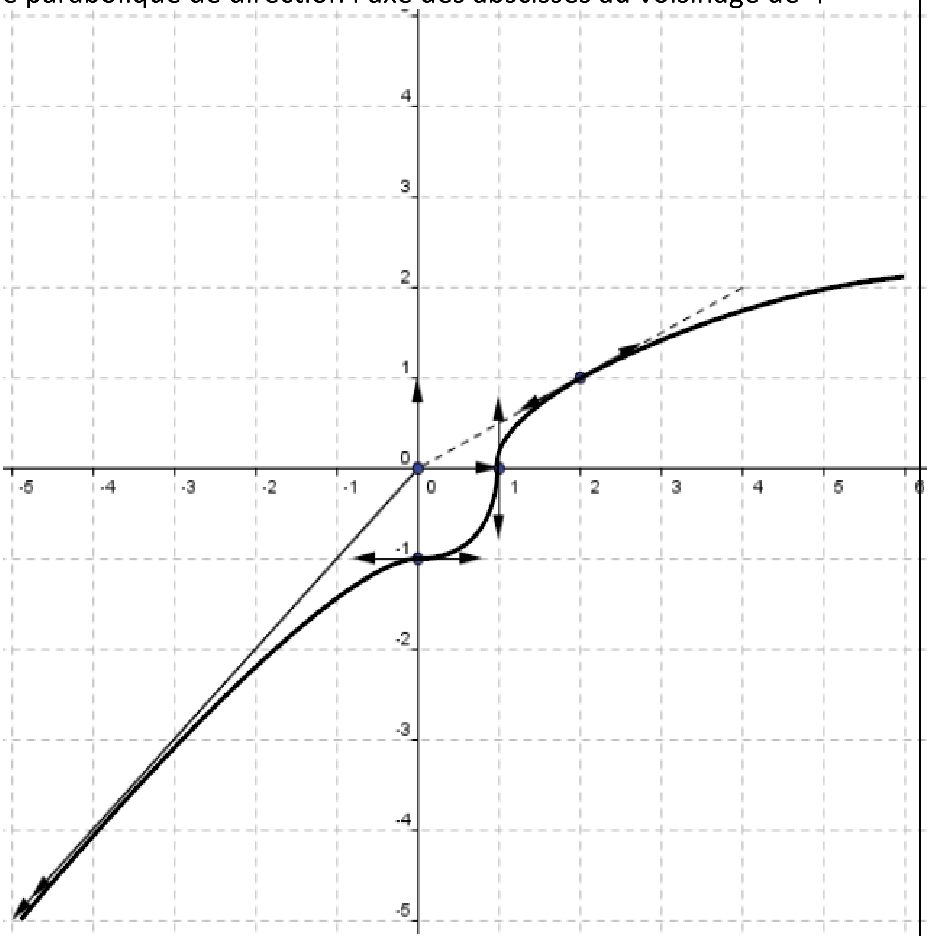
Annexe à compléter et à remettre avec la copie

Nom et Prénom : ---

Exercice 1 :(4,5points)

Soit f la fonction, définie et continue sur $\mathbb{R}$, représentée par la courbe ζ ci-dessous dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Δ : y = x est une asymptote à ζ au voisinage de $-\infty$
- La tangente à ζ au point d'abscisse 2 passe par le point O.
- La courbe ζ admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$



1.) Déterminer :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = ---$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = ---$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = ---$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2017}{x - f(x)} = ---$

$\lim\limits_{x\to1^-} \frac{f(x)}{x-1} = ---$

$\lim\limits_{x\to1^+} \frac{f(x)}{x-1} = ---$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)+1}{x} = ---$

$f'(2) = ---$

2.) a. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

➢ --

b. Tracer $C_{f^{-1}}$ dans le même repère que C_f---

c. Calculer $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f^{-1}(x) - 1}{x} = ----$

3.) Justifier l'existence d'un point de C_f d'abscisse compris entre 0 et 1 où la tangente est parallèle à la droite d'équation y = x

➢ --
