

Exercice n° 1 : (3 points)

Pour chaque question une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.

1/ L'équation (E) : $z^2 - (2i + 1)z + 2i = 0$ admet dans \mathbb{C} deux solutions z_1 et z_2 . Un argument de $z_1 \cdot z_2$ est :

- a) π b) $\frac{\pi}{2}$ c) $-\frac{\pi}{2}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e) $-\frac{\pi}{4}$

2/ L'équation (E) : $-i5z^2 - (3i - 4)z + 5i = 0$ admet dans \mathbb{C} deux solutions z_1 et z_2 alors :

- a) $|z_1 + z_2| = 7$ b) $|z_1 + z_2| = 5$ c) $|z_1 + z_2| = 1$ d) $|z_1 + z_2| = 3$ e) $|z_1 + z_2| = 4$

3/ Soit $z \in \mathbb{C}$ vérifiant $2z + |z| = -1 + 8i$. L'écriture algébrique de z est :

- a) $z = -1 + 2i$ b) $z = 1 - 2i$ c) $z = -3 + 4i$ d) $z = 3 - 4i$ e) $z = 2 - 5i$

4/ Soit les fonctions f et g définies par : $f(x) = (2x^2 + 2) \sin\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$ et $g(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) =$

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $+\infty$ d) 1 e) $\frac{1}{4}$

Exercice n° 2 : (5 points)

1/ Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - (4 + i)z + 5 + 5i = 0$.

2/ Soit (E) : $z^3 - (2 + i)z^2 - (3 - 3i)z + 10 + 10i = 0$.

- a) Montrer que (E) admet une racine réelle z_0 que l'on déterminera.
b) Résoudre alors (E).

3/ Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) . On considère les points A, B et C d'affixes respectives $3 + i$, $1 - 2i$ et -2 .

- a) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.
b) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un carré.
c) Déterminer les racines cubiques de -2

4/ Soit $f: P \setminus \{B\} \rightarrow P$; $M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = \frac{z-3-i}{iz-2-i}$

- a) Vérifier que $OM' \cdot BM = AM$
b) Montrer que si M se déplace sur la médiatrice de [AB], alors M' se déplace sur un cercle qu'on précisera.

Exercice n° 3 : (6 points)

1/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x - 2 + \sqrt{3 + x^2}$. C_f est sa courbe dans un R. O. N (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- a) Etudier les variations de f .
b) Montrer que la droite \mathcal{D} d'équation : $y = 2x - 2$ est une asymptote à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$
c) construire la courbe C_f et la droite \mathcal{D} .

2/ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = x$ puis interpréter graphiquement le résultat.

3/ a) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J qu'on précisera.

b) Montrer que $x \in J$ on a $f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{2(x+2)}$

c) Construire la courbe C_f

Exercice n° 4 : (6 points)

1/ A l'aide du graphique donner le domaine de définition et de continuité de f .

2/ En se justifiant du graphique, déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(x)}{x} \right]$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \left[\frac{f(x)-3}{x+3} \right], \quad \lim_{x \rightarrow (-1,45)^+} \left[\frac{f(x)-1,2}{x+1,45} \right] \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \left[\frac{f(x)+1,4}{x-2} \right]$$

3/ a) Dresser le tableau de variation de f sur $] -\infty, -1,45[$.

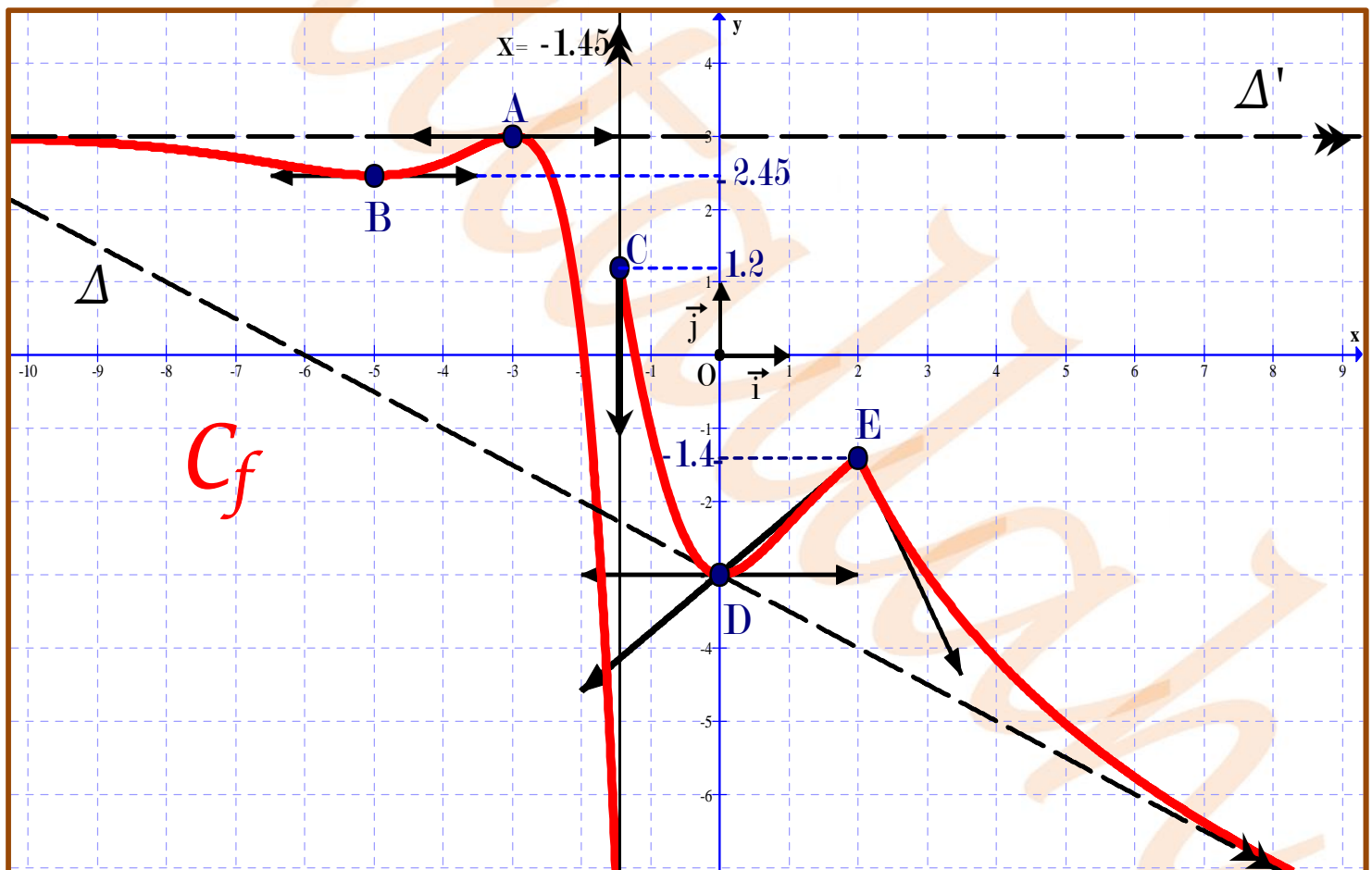
b) Montrer que $f(x) = \frac{5}{2}$ admet exactement trois solutions dans l'intervalle $] -\infty, -1,45[$.

4/ a) Dresser le tableau de variation de f sur $[-1,45, +\infty[$.

b) Montrer que la restriction g de f sur $[-1,45, 0]$ est bijective.

c) Reproduire la courbe de g dans un repère orthonormé et construire dans le même repère la courbe () de g^{-1} .

d) Déterminer $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \left[\frac{g^{-1}(x)}{x+3} \right]$



Bon travail

Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie.