

Lycée <u>Mahmoud Elmesaadi ELFAHS</u>	<u>DEVOIR DE SYNTHESE N° 1</u>	Prof : Ben HMIDENE. T	
<u>Le 3-12-2013</u>	<u>MATHEMATIQUES</u>	<u>4Math</u>	<u>Durée : 3h</u>

Exercice n°1(4points) :

Répondre par vraie ou faux avec justification

1) Soit (u_n) une suite définie par $u_n = \frac{7^n + 2^n}{3^n - 2^n}$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

2) Toute suite croissante et non majorée est divergente

3) Soit ABCD un carré de sens direct alors l'application

$f = S_{(AB)} \circ S_{(AC)} \circ R_{(O, \pi)}$ est une translation

4) Soit $f(x) = (x^2 + 2x)(x-1)^2$ alors l'équation $f'(x) = 0$ admet au moins 2 solutions.

Exercice n°2(5points) :

Dans l'annexe ci-joint, on considère le triangle ABC rectangle en C tel que $(\widehat{CA, CB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et les deux triangles ACD et ABE isocèles et rectangles en A. On désigne par I, J et K les milieux respectifs de [CD], [AC] et [AD].

1) montrer qu'il existe un seul déplacement f qui envoie A sur D et C sur A

a) Montrer que f est une rotation

b) Donner les éléments caractéristiques de f

c) Construire le point $F = f(B)$

d) Montrer que les points A, C et F sont alignés

2) Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et $g = f \circ r$

a) Déterminer $g(E)$

b) Montrer que g est une translation et déterminer son vecteur

c) En déduire que AEFD est un parallélogramme

3) Montrer qu'il existe un seul antidéplacement h tel que $h(A) = D$ et $h(C) = A$

a) Montrer que h est une symétrie glissante

b) Déterminer son axe Δ et son vecteur \vec{u}

Exercice n°3(5points) :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{u_n^2 - 3u_n + 6}{u_n - 1}$

1) Montrer que pour tout $n \geq 0$, $3 \leq u_n \leq 4$

2) a) Montrer que (u_n) est décroissante.

- b) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.
- 3)a) Montrer que pour tout $n \geq 0$ on a, $0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{2}(u_n - 3)$
- b) En déduire que pour tout $n \geq 0$ on a, $0 \leq u_n - 3 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$
- 4) On admet que pour tout $n \geq 4$; $2^n \geq n^2$
soit $v_n = n(u_n - 3)$

a) Montrer que pour tout $n \geq 4$ $v_n \leq \frac{1}{n}$

b) Déterminer alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

Exercice n°4(6points) :

1)a) Calculer $(1 - 2i\sqrt{3})^2$

b) Résoudre dans C l'équation $z^2 + z + 3 + i\sqrt{3} = 0$.

2) Soit m un paramètre complexe

et l'équation $(E_m) : z^2 + mz + (3 + i\sqrt{3})m^2 = 0$

a) Résoudre dans C l'équation (E_m)

b) On pose $m = e^{i\theta}$, $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$ [mettre les solutions de (E_m) sous forme exponentielle

3) On muni le plan complexe d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère Les points $A(e^{i\theta})$, $M(-i\sqrt{3}e^{i\theta})$ et $M'((-1+i\sqrt{3})e^{i\theta})$

a) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'})$

b) Déterminer l'ensemble des points I milieu du segment $[MM']$

4)a) Résoudre dans C , $z^4 = 8(-1 + i\sqrt{3})$

b) Soit $x \neq (2k + 1)$ ou k un entier montrer que $\frac{2-z}{z} = e^{ix} \Leftrightarrow z = 1 - i \tan \frac{x}{2}$

c) En déduire une résolution de l'équations $(4 - 2z)^4 = 8(-1 + i\sqrt{3})z^4$.

BON TRAVAIL

ANNEXE :

Nom et Prénom :

