Exercice n°1 : (7 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(1,1,0) ,B(2,-1,1) ,C(1,-1,2) et I(3,2,3).

1) a) Montrer que A, B et C ne sont pas alignés.

b) Soit le plan P= (ABC) .Montrer qu'une équation de P est P : x + y + z -2 =0.

2)Soit D la droite passant par I et perpendiculaire au plan P

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite D.

b) Calculer les coordonnées du point K intersection de P et D.

c) Déduire la distance du point I au plan P.

3) Soit le plan Q : x – z = 0

a) Montrer que les plans P et Q sont perpendiculaires.

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\Delta = P \cap Q$.

c) Vérifier que K appartient à la droite Δ et que (Ik) est inclus dans le paln Q.

4) a) Vérifier que K est le milieu du segment [AC].

b) Donner une équation cartésienne du plan W plan médiateur du segment [AC].

c) Etudier la position relative des plans W et Q.

Exercice n°2 :(6 points)

Soit la suite(U_n) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}u_n{}^2 + 2} \end{cases}$ $, n \in IN$

1) a) Montrer que pour tout n ϵ IN : $U_n \geq 2$

b) Montrer que : $U_{n+1} - U_n = \dfrac{\frac{1}{2}(4 - U_n{}^2)}{U_{n+1} + U_n}$ puis déduire la monotonie de (U_n).

c) Déduire que (U_n) est convergente

2) Soit la suite (W_n)définie sur IN par : $W_n = U_n{}^2 - 4$

a) Montrer que(W_n)est une suite géométrique de raison$\frac{1}{2}$.

b) Exprimer W_n $puis$ U_n en fonction de n.

c) Déterminer les limites des suites (W_n)et(U_n) .

3) Soit la suite définie sur IN* par $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} U_k^2$

a) Montrer $S_n = 10\,[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n] + 4n$

b) Calculer $\lim_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$

<u>Exercice n°3 :</u>(7 points)

Une urne contient cinq boules blanches numérotés 0,0,1,1,2 et trois boules vertes numérotées 1,1,-1 et deux boules rouges numérotés -1, -2 qui sont indesserrables au toucher .

1)On tire simultanément trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de ces événements :

A « obtenir deux boules blanches et une rouge »

B « obtenir une somme nulle »

C « Obtenir exactement une seule boules verte »

D « Obtenir au moins une boule blanches »

2) On change l'expérience et on tire les boules une par une et on s'arrête que si les deux boules rouges apparaissent. Calculer la probabilité de ces évènements :

E « On s'arrête au deuxième tirage »

F « On s'arrête au cinquième tirage »

G « on tire toutes les boules »

3) On définit une troisième expérience comme suit : On tire une boule de l'urne :

* Si elle est blanche un la jette et on tire une deuxième fois simultanément deux boules.

* Si elle n'est pas blanche on la remet dans l'urne et on tire une deuxième foix successivement et avec remise deux boules.

Quelle est la probabilité de ces évènements :

M « Obtenir au deuxième tirage deux boules blanches »

N « Obtenir au deuxième tirage une boule blanche et une boule verte »

<u>Bon travail</u>