

Exercice N°1 (3points)

Dans un centre commercial, 5 boutiques B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 exposent des objets artisanaux. En un même moment 8 touristes visitent chacun une boutique.

On considère les évènements suivants :

A : « Les 8 touristes visitent la même boutique ».

B : « La boutique B_1 est visitée par 3 touristes et 3 exactement ».

C : « 2 boutiques et 2 seulement sont visitées par les touristes ».

1) Le nombre de choix des 8 touristes est $\text{Card } \Omega =$ a) A_8^5 b) 8^5 c) 5^8

2) le cardinal de A est $\text{Card}(A) =$ a) 5 b) 8 c) 1

3) le cardinal de B est $\text{Card}(B) =$ a) $5^4 \times C_8^3$ b) $4^5 \times C_8^3$ c) $5^4 \times A_8^3$

4) le cardinal de C est $\text{Card}(C) =$ a) $2^8 - 2$ b) 2^8 c) $2^8 \times C_5^2$

Exercice N°2 (3points)

En prévision du lancement d'un nouveau produit, une société a effectué une enquête auprès de clients éventuels pour fixer le prix de vente de ce produit. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

| | | | | | | | | |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
| Prix x_i de vente en D | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| Nombre y_i d'acheteurs | 180 | 160 | 150 | 130 | 100 | 90 | 80 | 70 |

1) Représenter le nuage de points dans le plan muni d'un repère orthogonal (1cm sur l'axe des abscisses et 1cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées)

2) Calculer \bar{X} et \bar{Y} . Représenter le point $G(\bar{X}; \bar{Y})$ dans le nuage des points

3) G_1 désigne le point moyen des 4 premiers points du nuage et G_2 celui des 4 derniers points.

a) Déterminer les coordonnées de G_1 et G_2 .

Placer ces points sur le graphique précédent et tracez la droite (G_1G_2) .

b) Donner l'équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $y = ax + b$

b) En déduire :

- le nombre d'acheteur que l'on peut prévoir si le prix de vente est fixé à 13D
- le prix de vente pour que le nombre d'acheteurs potentiels soit 250

Exercice N°3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points.

$A(2, 1, 4)$; $B(0, 3, 1)$; $C(-1, 1, 1)$ et $E(-2, 2, -5)$

1) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ en déduire $\cos(\widehat{BAC})$

2) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est : $2x - y - 2z + 5 = 0$.

c) Calculer la distance du point E au plan P

d) Soit H le projeté orthogonal de E sur le plan P, déterminer une représentation paramétrique de la droite (EH) puis calculer les coordonnées du point H

3) Soit Q le plan médiateur du segment [AC]

a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

b) Montrer que les plans P et Q sont sécants suivant une droite Δ'

et donner une représentation paramétrique de la droite Δ '.

Exercice N°4 (4 points)

On donne sur le graphique Ci-contre la courbe d'une fonction f ainsi que la droite $D : y = x$

1) Par lecture graphique donner $f(-1)$, le sens de variation de f et le signe de $f(x) - x$ sur $[-1, 3]$

2) On considère la suite réelle (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) Représenter sur l'axe des abscisses les 4 premiers termes

b) Montrez que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $-1 < u_n \leq 3$.

c) Etudier les variations de la suite (u_n) .

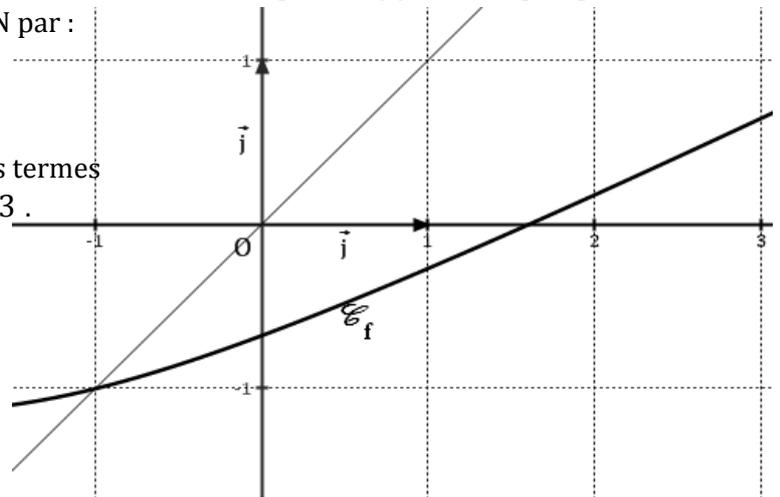
On donne $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 4x + 7} - 2$

3) On considère la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$v_n = (u_n + 2)^2 - 1$$

a) Montrez (v_n) que est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$.

b) Exprimez v_n puis u_n en fonction de n . Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$



Exercice N°1 (6 points)

A - Une urne U_1 contient 7 boules indiscernables au toucher, réparties comme suit :

$$\begin{cases} 4 \text{ noires numérotées : } 0, 0, -1, 2 \text{ et} \\ 3 \text{ jaunes numérotées : } 1, 1, -1. \end{cases}$$

1) On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne U_1 .

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir trois boules de même couleurs »

B : « Obtenir trois boules portant le même numéro »

C : « Obtenir trois boules portant le même numéro ou de même couleur »

D : « Obtenir au moins une boule jaune »

E : « parmi les trois boules tirées il y a une seule boule noire et une seule boule portant le numéro -1 »

2) On tire au hasard successivement et sans remise quatre boules de l'urne .

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

G : « Obtenir deux boules rouges et deux boules blanches »

H : « La somme des numéros marqués sur les boules tirées égale à 2 »

I : « Obtenir une boule numérotée 0 pour la première fois au troisième tirage » .

B - Une urne U_2 contient 5 boules numérotées : 0, 0, 0, 1, 1.

On tire, au hasard, une boule de l'urne U_1 puis une boule de U_2 . On désigne par a le

numéro inscrit sur la boule tirée de U_1 et par b celui de la boule tirée de U_2 .

On considère le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Sot M un point du plan d'affixe $z = a + ib$

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

J : « M est un point de la droite (O, \vec{u}) distinct de O »

K : « M est un point du cercle de centre O et de rayon $R = \sqrt{2}$ »