

Devoir de synthèse n°3

Mathématiques

Durée : 3h

Mr.Hafsi Salem

3 ème Sc

Exercice1 : (3 pts)

Donner la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $U_n = -(2)^n$.
 - a) (U_n) est décroissante ; b) (U_n) converge vers 0 ; c) (U_n) est divergente.
- 2) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. L'équation cartésienne du plan \mathcal{P} passant par O et de vecteur normal \vec{k} est :
 - a) $\mathcal{P} : z = 0$; b) $\mathcal{P} : x + y = 0$; c) $\mathcal{P} : x + y = 1$.
- 3) Soient A et B deux évènements d'une expérience aléatoire. Si A et B sont incompatibles alors :
 - a) $P(A \cup B) = p(A) + p(B)$; b) $P(A) = 1 - p(B)$; c) $P(A \cup B) = 1$.

Exercice2 : (6pts)

Soit (U_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} ; n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2
 - a) Dédire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 < U_n < 1$.
- 3) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} - U_n = \frac{(1 - U_n)(U_n + 2)}{U_n + 4}$.
En déduire que la suite (U_n) est décroissante.
- 4) On pose pour tout entier naturel n , $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$.
 - a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.
 - b) Déterminer V_n en fonction de n puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.
 - c) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_n = -\frac{1+2V_n}{V_n-1}$.
 - d) Dédire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice3 : (6pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3, 0, 6)$ et $B(0, 0, 6)$ et le plan P d'équation : $2y + z - 6 = 0$.

On désigne par Δ la droite passant par A et B .

1) a/ Vérifier que Δ est incluse dans P .

b/ Soit Q le plan contenant Δ est perpendiculaire à P . Montrer que $\vec{n} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de Q .

En déduire une équation cartésienne de Q .

2) Soit le point $C(0, -1, 3)$.

a/ Montrer que B est le projeté orthogonal de C sur Δ .

b/ Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de C sur P .

c/ Ecrire une équation cartésienne du plan (BCH) .

d/ Vérifier que (BCH) est perpendiculaire à P et à Q .

Exercice4 : (5pts)

Une urne contient : $\begin{cases} 4 \text{ jetons blancs numérotés : } 1, 2, 2, 3 \\ 3 \text{ jetons rouges numérotés : } 1, 2, 2 \\ 5 \text{ jetons noirs numérotés : } 1, 1, 2, 2, 3 \end{cases}$

1. On tire simultanément 4 jetons de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « avoir 4 jetons de même couleur »

B : « avoir la somme des numéros des jetons tirés égale à 6 »

C : « avoir 4 jetons de même couleur et dont la somme des numéros est égale à 6 »

D : « avoir 4 jetons de même couleur ou la somme des numéros est égale à 6 »

2. On tire successivement sans remise 4 jetons de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

E : « avoir 4 jetons de même couleur »

F : « avoir au plus deux jetons numéro 1 »