Lycée Mongi Slim *Le : 29/04/2019*	*Devoir de contrôle n°3*	*Classes : 3ème Sc 2+3*
Durée : 2H	*En mathématiques*	*Prof : Frikha Sami*

Exercice 1 : (6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A(0 , 0 , 2) , B(0 , 4 , 0) et C(2 , 0 , 0)

1) a/ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés
   b/ Montrer que le triangle ABC est isocèle en B
2) a/ Déterminer les coordonnées du point D pour que ABCD soit un losange
   b/ Calculer l'aire du losange ABCD
3) Soit a un réel et soit le point H(a , $\frac{4}{9}$, a) un point du plan (ABC)
   a/ Montrer que $a = \frac{8}{9}$
   b/ Montrer que OABCD est une pyramide de hauteur [OH]
   c/ Déterminer le volume du pyramide OABCD

Exercice 2 : (6 points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = 3 + i\sqrt{3}$, $Z_B = 1 - i\sqrt{3}$ et $Z_C = -2\sqrt{2}(Cos\frac{\pi}{4} + i\,Sin\frac{\pi}{4})$

1) a/ Ecrire Z_A et Z_B sous la forme trigonométrique
   b/ En déduire que le triangle OAB est rectangle en O
   c/ Construire le triangle OAB
2) a/ Vérifier que $Z_C = 2\sqrt{2}(Cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\,Sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right))$
   b/ En déduire que $(Z_C)^4$ est un réel négatif
3) a/ Ecrire $\frac{Z_C}{Z_B}$ sous la forme trigonométrique
   b/ Donner la forme algébrique de $\frac{Z_C}{Z_B}$
   c/ En déduire les valeurs de $Cos\frac{5\pi}{12}$ et $Sin\frac{5\pi}{12}$

Exercice 3 : (8 points)

I/ Soit f la fonction définie par $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Dresser le tableau de variation de f
2) a/ Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point I(0 , 1)
   b/ Etudier la position relative de (C_f) et (T)
3) a/ Montrer que (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$ deux branches infinies à préciser
   b/ Construire la courbe (C_f) et la tangente (T)

3L - 2 - 2i

II/ Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x^2-2x+1}{x}$

et soit (C_g) sa courbe représentative dans le même repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) a/ Montrer que pour tout $x \in IR^*$; $g'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$

   b/ Dresser le tableau de variation de g

2) Montrer que J(0 , – 2) est un centre de symétrie de la courbe (C_g)

3) a/ Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 2$ est une asymptote oblique de (C_g)

   b/ Tracer (C_g) dans le même repère

4) On note α_1 et α_2 les deux points d'intersection de (C_f) et (C_g) tel que $\alpha_1 < \alpha_2$

   Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

III/ Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{(x-1)^2}{1-|x-1|}$

et soit (C_h) sa courbe représentative dans le même repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1) Montrer que la droite D d'équation $x = 1$ est un axe de symétrie de (C_h)

2) Montrer que pour tout $x \in]-\infty, 1] \setminus\{0\}$; $h(x) = g(x)$

3) Construire (C_h) à partir de (C_g)

******Bon travail******