



Lycée farhat hached
makthar

Devoir de contrôle n° 4
De mathématiques

Prof : Ghorbeli med hedi

Classe : 3^{ème} sc

Durée : 2h

Exercice n°1(6pts)

Soit (U_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n+2}{U_n+4} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

- 1) a) Calculer U_1 et U_2 .
b) Dédire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $0 < U_n < 1$.
- 3) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} - U_n = \frac{(1-U_n)(U_n+2)}{U_n+4}$

En déduire que la suite (U_n) est croissante.

- 4) On pose pour tout entier naturel n , $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+2}$
 - a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$
 - b) Déterminer V_n en fonction de n puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.
 - c) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_n = -\frac{1+2V_n}{V_n-1}$
 - d) déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice n°2(6pts)

Une urne contient :
$$\begin{cases} 4 \text{ jetons blancs numérotés } 1,2,2,3 \\ 3 \text{ jetons rouges numérotés } 1,2,2 \\ 5 \text{ jetons noirs numérotés } : 1,1,2,2,3 \end{cases}$$

- 1) On tire simultanément 4 jetons de l'urne .calculer la probabilité des évènements suivants :

A« avoir 4 jetons de même couleur ».

B« avoir la somme des numéros des jetons tirés égale à 6 ».

C «avoir 4 jetons de même couleur et dont la somme des numéros est égale à 6».

D« avoir 4 jetons de même couleur ou la somme des numéros est égale à 6».

- 2) On tire successivement et sans remise 4 jetons de l'urne calculer la probabilité des évènements suivants :

a) E« avoir 4 jetons de même couleur ».

b) F« avoir au plus 2 jetons portent le numéro 1 ».

Exercice n° 3(5pts)

Soit la fonction $f(x)=\sqrt{4x^2 - 2x - 2} -1$ on note D_f son domaine de définition et (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Montrer que $\Delta : x = \frac{1}{4}$ est un axe de symétrie de (C_f) .déduire un domaine d'étude de f .
- 3) étudier la dérivabilité de f à droite en 1 et interpréter graphiquement le résultat.
- 4) a- Dresser le tableau de variation de f .
b- Montrer que la droite $\mathcal{D} : y = 2x - \frac{5}{4}$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$
c- Construire (C_f) .

Exercice n°4(3pts)

Répondre par vrai ou faux sans justification

- 1) Dans un repère de l'espace les points A (2,2,2) ,B(0,0,6) ,C (1,0,5) et D(-1,6,1) sont coplanaires .
- 2) On lance une pièce de monnaie équilibré 5 fois et on note à chaque fois le résultat obtenue Le nombre des résultats possibles est :
a/ 2^5 b/ 5^2 c/ $5!$
- 3) Soit (U_n) une suite définie pour tout entier naturel par $U_n = -(\frac{2}{3})^n$
a/ (U_n) est croissante b/ (U_n) converge vers 0 c/ (U_n) est divergente.

Bon travail

«Ne vous inquiétez pas pour vos difficultés en mathématiques, les miennes sont encore plus grandes.» **Albert Einstein**