Lycée Ht. Souk(2) Jerba	Devoir de contrôle n° 3	Prof : Mr SAAFI Rochdi
Date : Le 08 Mai 2012	Durée : 2^h	Classes : 3° Sc.exp 1+ 2

Exercice n° 1 : (5 points)

Soient $f(x) = x^3 + 3x + 4$ et C_f sa courbe répresentative dans un repère orthonormé.

1°) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Ecrire l'équation réduite de T : la tangente à C_f au point A d'abscisse nulle.
c) Etudier les positions relatives de C_f par rapport à T.
d) Montrer que : A est le seul point d'inflexion de C_f.
e) Etudier les branches infinies de C_f .

2°) a) Calculer $f(-1)$.

b) Construire C_f .

c) Dresser le tableau de signe de $f(x)$.

3°) Soit $g(x) = x^4 + 6x^2 + 16x + 10$.

a) Exprimer $g'(x)$ en fonction de $f(x)$.

b) Dresser, alors, le tableau de variation de g.

c) Déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $g(x) \geq 1$.

Exercice n° 2 : (6 points)

Soit U la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ pour\ tout\ n \in \mathbb{N}\ on\ a\ \ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 2} \end{cases}$

1°) Calculer U_2.

2°) Soit $f(x) = \dfrac{3x+2}{x+2}$

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Déduire que : $f([0,2]) = [1,2]$

c) Montrer, par récurrence, que : pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n \in [0,2]$

3°) a) Montrer que U est croissante.

b) Déduire que U est convergente.

4°) Soit $V_n = \dfrac{1}{2^{n-1}}$

a) Montrer que : $lim\ V = 0$.

b) Montrer que : pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $2 - U_{n+1} = \dfrac{2-U_n}{2+U_n}$

c) Déduire que : pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $2 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - U_n)$

d) En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $0 \leq 2 - U_n \leq V_n$

e) Calculer, alors, la limite de la suite U.

Exercice n° 3 : *(9 points)*

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soient $A(1, 1, -2)$; $B(-3, 2, 1)$; $C(-1, -1, 2)$; $D(6, 2, -2)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

I°) 1°) Montrer que les points A , B et C définissent un plan P.

2°) a) Montrer que : $[M(x, y, z) \in P]$ si et seulement si $[x + y + z = 0]$.

b) Déduire que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires.

3°) Soit Δ la droite passant par D et de vecteur directeur $\vec{u}$.

a) Montrer que pour tout point $M(x, y, z) \in \Delta$ il existe un réel α tel que $\begin{cases} x = \alpha + 6 \\ y = 2\alpha + 2 \\ z = 3\alpha - 2 \end{cases}$

b) Déduire que Δ coupe le plan P en un point H dont on donnera les coordonnées.

c) En déduire que Δ et (AB) sont sécantes.

II°) Une urne contient 6 jetons noirs numérotés $-1, -1, -1, 0, 2, 2$

Et 5 jetons blancs numérotés $0, 0, 1, 1, 1$.

On tire successivement et <u>**avec** remise</u> 3 jetons de l'urne et on note x , y et z les numéros portés respectivement par le premier , le deuxieme et le troisieme jeton tiré.

Le triplet (x, y, z) disignera les coordonnées d'un point M de l'espace.

1°) a) Dénombrer tous les tirages possibles.

b) Dénombrer les points de l'espace qu'on peut obtenir.

2°) Dénombrer les tirages donnant :

a) $M = C$.

b) les points A , B , C et M sont coplanaires.

c) Les trois jetons tirés sont de même couleur.

d) Les trois jetons tirés sont de même couleur **et** $M \in P$.

e) Un seul jeton blanc est tiré **et** $M \in P$