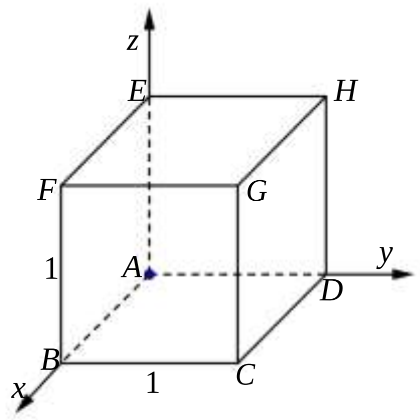
LYCEE PILOTE MONASTIR **2010/2011**	**DEVOIR DE CONTROLE N° 3**	**Prof: MOHAMED BENZINA**
	MATHEMATIQUE Classe 3 S	« 2H »

EXERCICE N° 1 (3 points)



$ABCDEFGH$ est un cube d'arrête 1.

On munit l'espace du repère direct $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

1) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BH}$ est égale à :

a) 0 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$

2) Une équation du plan (ECG) est :

a) $x+y-2=0$ b) $x+y-1=0$ c) $x-y=0$

3) On désigne par I le milieu du segment $[EG]$

Une représentation paramétrique de la droite (IC) est :

a) $\begin{cases} x=\alpha+1 \\ y=\alpha+1\ ,\ \alpha\in IR \\ z=2\alpha \end{cases}$ b) $\begin{cases} x=\alpha+1 \\ y=\alpha+1\ ,\ \alpha\in IR \\ z=-2\alpha \end{cases}$ c) $\begin{cases} x=-\alpha+1 \\ y=\alpha+1\ ,\ \alpha\in IR \\ z=2\alpha \end{cases}$

EXERCICE N° 2 (7 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère la famille des plans P_m : (m+1) x + (3-m) y + (5 – 2m) z + 3m -1 = 0.

où m est un paramètre réel.

1) Vérifier que les points I(-2,1,0) et J(-1, -6,4) appartiennent à P_m, $\forall m\in IR$

2) En déduire que tous les plans P_m contiennent une droite Δ dont on donnera les équations paramétriques

3) Soit le plan Q : x – y – 2z + 3 = 0.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q' de la famille des plans P_m perpendiculaire à Q.

b) Montrer que Δ est incluse dans Q.

c) En déduire que $Q'\cap Q=\Delta$

4) Soit le point A (1, 2,-1) et D la droite dont une représentation paramétrique est

D: $\begin{cases} x=\alpha-1 \\ y=-\alpha\quad ,\ \alpha\in IR \\ z=-2\alpha+2 \end{cases}$

a) Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de A sur D

b) En déduire la distance du point A à la droite D.

EXERCICE N° 3 (4 points)

1) Montrer que pour tout réel $x \geq 0$ et pour tout entier naturel n , on a : $(1+x)^n \geq 1 + nx$

2) On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \geq 1$ par : $u_n = \frac{n!}{n^n}$

En utilisant la question **1)** , montrer que pour tout $n \geq 1$ on a : $\frac{u_n}{u_{n+1}} \geq 2$

3) En déduire que (u_n) est décroissante

4) Montrer que pour tout $n \geq 1$ on a : $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

5) En déduire la limite de (u_n)

EXERCICE N° 3 (6 points)

On se propose d'étudier l'existence et les propriétés de la suite (u_n) définie par la donnée d'un réel u_0 et la relation pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \sqrt{\frac{1-u_n}{2}}$$

1) a) Montrer que la suite (u_n) existe si, et seulement si, $u_0 \in [-1;1]$

b) Déterminer u_0 de sorte que la suite (u_n) soit constante

2) Dans la suite de l'énoncé, on posera $u_0 = \sin\alpha_0$, avec : $\alpha_0 \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

a) Justifier ce choix. Que devient (u_n) si $\alpha_0 = \frac{\pi}{6}$?

b) Etablir l'égalité, pour tout $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$: $\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$

c) Etablir que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe un unique $\alpha_n \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ tel que $u_n = \sin\alpha_n$. Quelle relation y a-t-il entre α_{n+1} et α_n ?

d) On considère la suite (v_n) de terme général vérifiant : $v_n = \alpha_n - \frac{\pi}{6}$

Montrer que cette suite est une suite géométrique. En déduire α_n puis u_n en fonction de n et α_0 . La suite (u_n) a-t-elle une limite ? Quelle est cette limite ?