

Lycée : Echebbi Tadhama	Devoir de Synthèse N°2	Prof. : OUERGI CHOKRI
Année scolaire : 2016/2017		Epreuve : MATHÉMATIQUES
Classes: 3 ^{ème} sciences 1&2		Durée : 3h

Exercice N° 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte.

Ecrire sur la copie le numéro de la question et la lettre qui correspond à la bonne réponse

(En justifiant la réponse)

1°) La fonction $h(x) = \cos\left(\frac{\pi(x+1)}{2}\right)$ est périodique de période a) 4π b) 4 c) 2

2°) La dérivée de la fonction $k(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$ est a) $\frac{-1}{\cos^2 x}$ b) $\frac{1}{\sin^2 x}$ c) $\frac{1}{\cos^2 x}$

3°) La fonction $l(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ admet un centre de symétrie de coordonnées

a) $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$ b) $\left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$ c) $\left(\frac{5\pi}{3}, 0\right)$

4°) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{x - \frac{\pi}{6}}$ égale à a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) 0

Exercice N° 2 (5 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

et \mathcal{C}_f sa représentation dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

1°) a) Calculer $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$; $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

b) Montrer que $x = \frac{\pi}{4}$ est un axe de symétrie pour \mathcal{C}_f

c) Dédire que l'on peut réduire l'étude de f sur $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$

d) Etudier les variations de f sur $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$

2°) Construire (**Annexe 1**) la courbe \mathcal{C}_f sur $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$

3°) Soit la fonction g définie par : $g(x) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) - 2$ et \mathcal{C}_g sa représentation dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

a) Montrer que pour tout $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$, $g(x) - f(x) = -2$

b) Tracer alors \mathcal{C}_g sur $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$

c) En déduire le signe de la fonction g' la dérivée de g sur $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$

Exercice N° 3 (4 points)

Le tableau suivant donne l'évolution de la population (en milliers) dans le gouvernement de l'Ariana de l'année 2007 à l'année 2013 .

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
La population (en milliers) (y_i)	520	525	532	540	550	562	575

1°) Représenter (**Annexe 2**) , le nuage des points associés à la série (x, y)

2°) a) Calculer la moyenne \bar{x} et l'écart type σ_x de la variable x

b) Calculer la moyenne \bar{y} et l'écart type σ_y de la variable y

c) Placer le point moyen $G(\bar{x}, \bar{y})$

3°) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x

4°) Quelle est l'estimation de la population (en milliers) dans le gouvernement de l'Ariana dans l'année 2020

Exercice N° 5 (7 points)

On note u la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$

A) 1°) Tracer dans un repéré orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les droites Δ et D d'équations respectives $y = x$ et $y = \frac{1}{2}x + 3$

2°) Placer les trois premiers termes de la suite u

3°) Conjecturer les variations de la suite u ainsi que sa limite lorsque n tend vers $+\infty$

B) 1°) Montrer que $u_n \leq 6$

2°) Montrer que la suite u est croissante

3°) Dédire que la suite u est convergente

C) Soit w la suite définie sur \mathbb{N} par : $w_n = u_n - 6$

a) Montrer que w est une suite géométrique

b) Exprimer w_n en fonction de n puis déduire u_n en fonction de n

c) Calculer les limites de w_n et u_n lorsque n tend vers $+\infty$

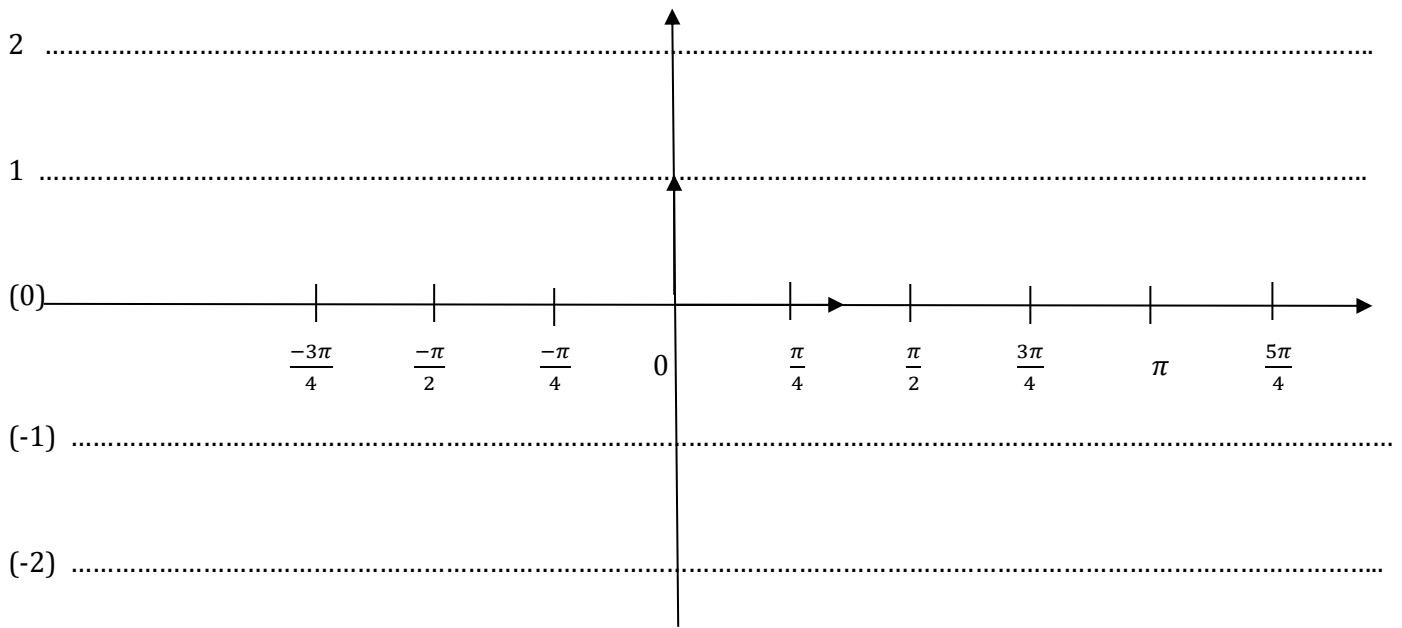
D) a) Exprimer $S_n = \sum_{i=0}^n (u_i)$ en fonction de n

b) Dédire $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$



Nom & prénom :

Annexe 1



Annexe 2

La population (en milliers)

