Mathématiques **Lycée Ibn khaldoun ouesseltia**	*Devoir de Synthése n°02*		
Durée :3 heures	*Mardi 16/05/2017*	*3 ème Sc*	*Mr: Arfaoui khaled*

Exercice N° :1 (3 pts)

L'élève doit écrire sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse

1/ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{x\sin x} =$: a) 0 ; b) $\dfrac{1}{2}$; c) 1

2/ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\tan(2x)}{x} =$: a) 1 ; b) 2 ; c) $+\infty$

3/ le nombre des anagrammes du mot ESSENTIEL est :

a) $9!$; b) $9!-(2!+3!)$; c) $\dfrac{9!}{2!3!}$

4/ le nombre de tous les ensembles d'un ensemble fini de cardinal n est :

a) 2^2 ; b) n^2 ; c) $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots\dots\dots + C_n^{n-1} + C_n^n$

5/ l'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. doient

$$(D): \begin{cases} x = 1-2\alpha \\ y = 2\alpha \\ z = -\alpha \end{cases} \quad \alpha \in IR \quad ; \quad (D'): \begin{cases} x = 1+\beta \\ y = 3-\beta \\ z = \dfrac{1}{2}\beta \end{cases} \quad \beta \in IR$$

a) $(D) \perp (D')$; b) $(D) // (D')$; c) (D) et (D') sont sécantes

6/ l'espace est rapporté a un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .soient

$$(D): \begin{cases} x = 1-2\alpha \\ y = 2+3\alpha \\ z = 5\alpha \end{cases} \quad \alpha \in IR \qquad P: x - y + z + 1 = 0$$

a) $(D) \perp P$; b) (D) et P sont strictement paralles ; c) $(D) \subset P$

ExerciceN° 2 (4pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points A(1, 1 , -1) ; B(1 ; - 1 , 2) et C(3 , 1 , -1)

1/ Donner une représentation paramétrique de la droite (AB)

2/ Le point E(2 , 1 , 1) appartient t –il a la droite (AB) ?

3/ Etudier la position relative de la droite (AB) et la droite D définie par :

$$(D) : \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3\alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases} \qquad \alpha \in IR$$

4/ a) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés

b) Donner une équation cartésienne du plan (ABC)

c) Montrer que (D) est perpendiculaire à P= (ABC)

d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) et P

Exercice N°3 (6 pts)

Soit U la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{4 + U_n} \end{cases}$

1/ a) Calculer U_1 et U_2

b) Déduire que la suite U n'est ni arithmétique , ni géométrique

2/a) Vérifier que $U_{n+1} = 3 - \dfrac{10}{4 + U_n}$

b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in IN$, $0 \leq Un \leq 1$

3/ a) Montrer que pour tout n , $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(1 - U_n)\,(2 + U_n)}{4 + U_n}$

b) En déduire le sens de variation de U

c) En déduire que U est convergente

4/ on pose pour tout entier naturel n , $V_n = \dfrac{U_n - 1}{2 + U_n}$

a) Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera sa raison
b) Déterminer V_n en fonction de n et Calculer sa limite
c) Montrer que pour tout entier naturel n , $U_n = \dfrac{1 + 2V_n}{1 - V_n}$
d) En déduire la limite de la suite U

Exercice N°4 (4 pts)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 2\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right)$

1/ Montrer que f est périodique de période π

2/ Montrer que f' s'annule sur $[0,\pi]$ en $\frac{\pi}{3}$ et en $\frac{5\pi}{6}$

3/ Etudier les variations de f sur $[0,\pi]$

4/ Tracer la courbe de f sur $[0,2\pi]$

<u>Exercice N°5</u> (3 pts)

Une urne contient 2 jetons noires numérotés 0 , 1 , 4 jetons blancs numérotés 0 , -1 , -1 ,1 indiscernables Au toucher .

1/ une épreuve consiste a tirer simultanément 2 jetons de l'urne

a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « obtenir deux jetons de même couleur »

B : « obtenir deux jetons dont la somme des numéros est nulle »

b) Calculer la probabilités des événements $A \cap B$ et $A \cup B$

2/ On tire successivement et sans remise 2 jetons de l' urne

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « obtenir deux jetons de couleur différents»

D : « obtenir deux jetons dont le produit des numéros qu'ils portent nul »