

**LYCÉE OUED ELLIL**



**DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 2**

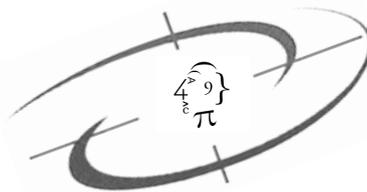
**MATHÉMATIQUES**

**CLASSES : TROISIÈME ANNÉE SECONDAIRE**

**SECTION : MATHÉMATIQUES**

**DURÉE : 3 HEURES**

**PROF : BELLASSOUED MOHAMED**



**ANNEE SCOLAIRE : 2014-2015**

**EXERCICE N° 1: 5 POINTS**

**BAREME**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

On donne ci-contre la représentation  $C_f$  d'une fonction  $f$

- La courbe  $C_f$  admet les droites :
  - $\Delta_1 : x = 0$  asymptote verticale ,
  - $\Delta_2 : y = 1$  asymptote horizontale au voisinage de  $-\infty$  .
  - $\Delta : y = -x - 1$  asymptote oblique au voisinage de  $-\infty$
- $C_f$  admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1 et une demi-tangente verticale au point d'abscisse -3

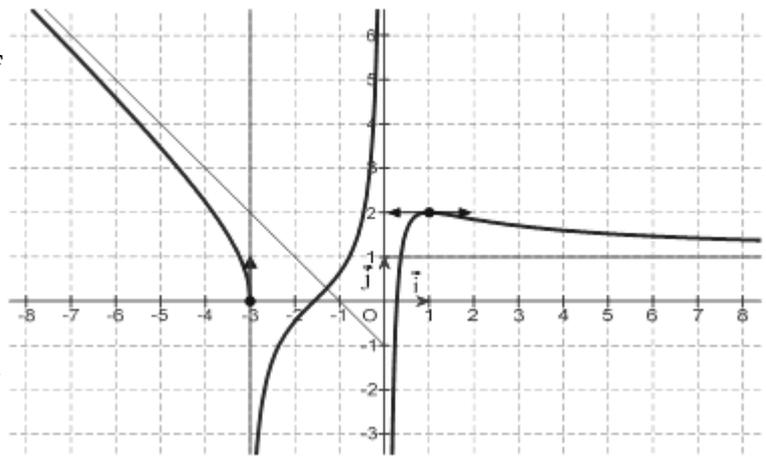


figure 1

**Par lecture graphique :**

- |   |      |
|---|------|
| 1-Préciser le domaine de définition de $f$  | 0,25 |
| 2-a-Déterminer : $f(-3)$ et $f'(1)$   | 0,5  |
| b-Donner une approximation affine du réel $f(1,01)$   | 0,5  |
| 3-Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$                | 1    |
| 4-Déterminer <b>on justifiant</b> les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1}$ , $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x$ et $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{f(x)}{x+3}$ | 1    |
| 5-a-Déterminer les intervalles sur les quelles $f$ est dérivable  | 0,25 |
| b-Dresser le tableau de variation de la fonction $f$  | 1    |

**EXERCICE N° 2: 5 POINTS**

1-Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivantes :

$z_1 = \frac{2+6i}{3-i}$	$z_2 = (1-i)(1+2i)$	$z_3 = \frac{4i}{i-1}$	1,5
--------------------------	---------------------	------------------------	-----

- |  |      |
|--|------|
| 2-Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 2i$ , $z_B = 3+i$ , $z_C = 2-2i$ | 0,75 |
| 3-Montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle   | 1    |
| 4-Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un carré   | 0,75 |
| 5-Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe $z$ tel que : $ z-2i  =  z-2+2i $  | 1    |

**EXERCICE N° 3: 3.5 POINTS**                      les deux questions sont indépendantes

- |  |  |
|--|--|
| 1-a-Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation <b>(E)</b> : $\cos 2x = \frac{1}{2}$           |  |
| b-Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation <b>(E')</b> : $\cos 2x \leq \frac{1}{2}$     |  |
| c-Placer les images des solutions dans $\mathbb{R}$ de <b>(E)</b> et <b>(E')</b> sur le cercle trigonométrique |  |

2-Soit  $x$  un réel de  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ . Sachant que  $\sin x \leq \cos x$ , Montrer que  $\sqrt{1+\sin 2x} + \sqrt{1-\sin 2x} = 2 \cos x$

**EXERCICE N° 4: 7.5 POINTS****BAREME**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$  et  $C_f$  sa courbe représentative

**1-a-**Calculer  $f'(x)$

0,25

**b-**Dresser le tableau de variations de  $f$

0,75

**c-**En déduire que l'équation  $f(x) = 0$  admet exactement 3 solutions distincts  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$

0,75

**d-**Donner le signe de la fonction  $f$

0,75

**e-**Préciser les extrema de  $g$

0,5

**2-**Soit la droite  $T$  la tangente à  $C_f$  au point  $I(0, -1)$

**a-**Vérifier que  $T$  a pour équation  $T: y = -6x - 1$

**b-**Donner la position de la courbe  $C_f$  par rapport à la tangente  $T$

0,5

**3-**On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = f(|x|) = 8|x|^3 - 6|x| - 1$

1

**a-**Vérifier que la fonction  $g$  est paire

0,5

**b-**Montrer que la fonction  $g$  n'est pas dérivable en 0

1

**c-**Dresser le tableau de variation de la fonction  $g$

1

**d-**Préciser les extrema de  $g$

0,5