LYCEE SECONDAIRE
OTMAN CHATTI
M` SAKEN

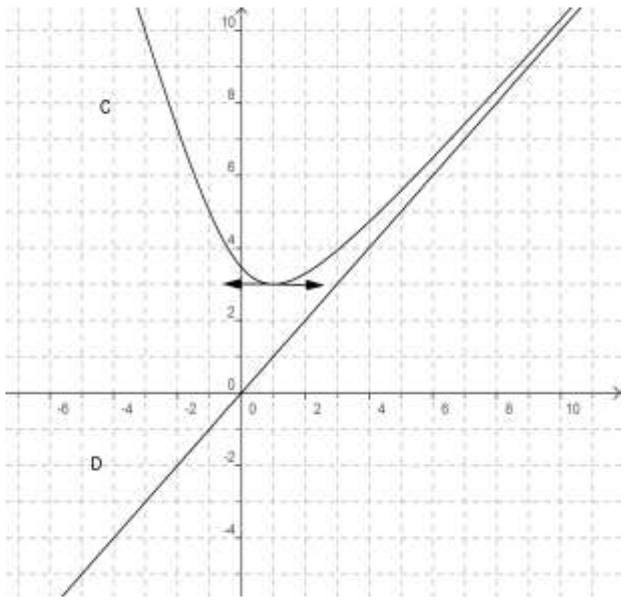
DEVOIR DE SYNTHESE
MATHEMATIQUES
N° 2
3éme Sciences

Date : 09 Mars 2012
Proposé par: SALAH MOHSEN
Durée : 2 h

EXERCICE N° 1 :

La courbe (C) représente une fonction f définie et dérivable sur IR , on sait que :

- La droite D : $y = x$ est une asymptote à (C)
- La courbe (C) admet une tangente horizontale au point A(1,3)
- La courbe (C) admet une branche infinie de direction celle de la droite des ordonnées au voisinage de $-\infty$



1. Répondre par vrai ou faux

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie

Aucune justification n'est demandée

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x) = 0$

c) $f(x) - x \leq 0$

d) $f'(1) = 0$

2. a) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Dresser le tableau de variation de f

EXERCICE N° 2 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ .On désigne par ζ_f sa courbe représentative dan un repère cartésien du plan $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1. a)Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

b) Montrer que pour tout réel $x \neq 2$ on à : $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$

c) Dresser le tableau des variations de f.

2. On se propose de déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq 2$ on à : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ en déduire la valeur de a

b) Calculer $\lim\limits_{x \to 2} (x-2)f(x)$ en déduire la valeur de c

c) Calculer f(0) en déduire la valeur de b

3. a) Montrer que la droite D :y = x + 1 est une asymptote oblique à ζ_f

b) Etudier la position de D et ζ_f

c) Tracer D et ζ_f

4. On considère la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{x^2-|x|-1}{|x|-2}$ et on désigne par ζ'_g sa courbe représentative dans le même repère $(o,\vec{i},\vec{j})$.

a) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter le résultat géométriquement.

b) Vérifier que g est paire

c) Déduire la courbe ζ'_g à partir de ζ_f

EXERCICE N° 3:

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$

1. Mettre chacun des nombres complexes suivants sous forme algébrique.

$z_1=(1-i)(1+2i)$, $z_2=\dfrac{2+6i}{3-i}$ et $z_3=\dfrac{4i}{i-1}$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=3+i, z_B=2i$ et $z_C=2-2i$

a) Placer les points A ; B et C

b) Calculer les distances AB, AC et BC, en déduire la nature du triangle ABC.

d) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un carré.

3. A tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe $z'=\dfrac{z(2-2i)-i}{z-2i}$.

a) Vérifier que : $z'-(2-2i)=\dfrac{4+3i}{z-2i}$

b) En déduire que $|z'-(2-2i)|.|z-2i|=5$

c) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle de centre B et de rayon 1.

EXERCICE N° 4:

1. Mettre chacun des nombres complexes $(1+i\sqrt{3})$ et $(1-i)$ sous forme trigonométrique
2. Soit $u=(1+\sqrt{3})-i(1-\sqrt{3})$

a)Vérifier que $u=(1+i\sqrt{3})(1-i)$

b) Déterminer alors la forme trigonométrique de u

c) En déduire les valeurs de $\cos(\frac{\pi}{12})$ et $\sin(\frac{\pi}{12})$