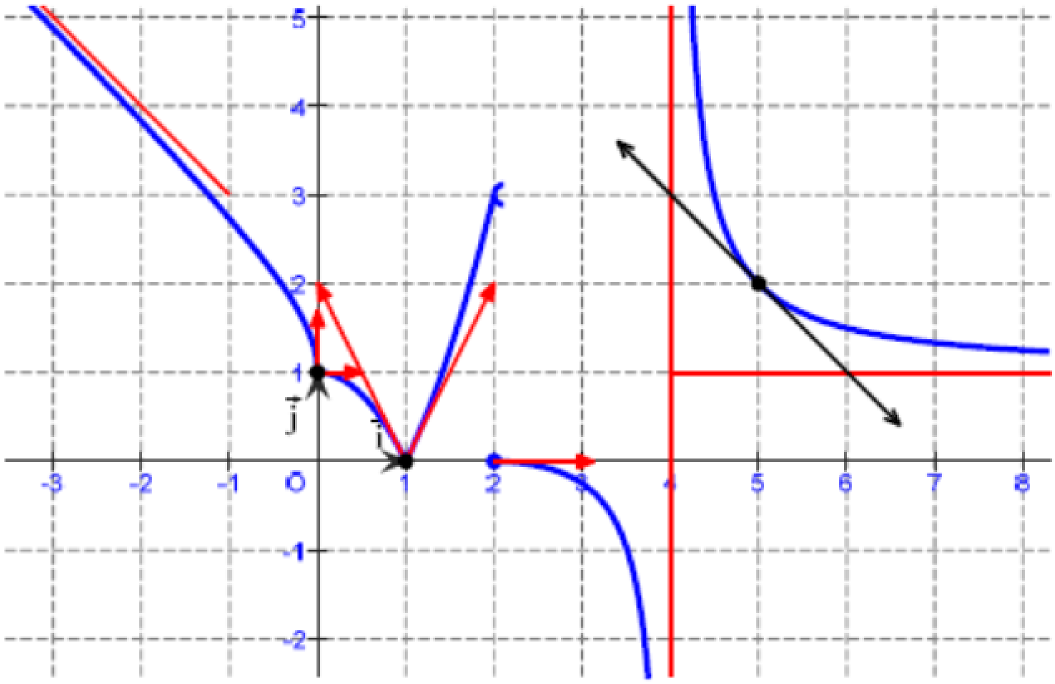
Exercice N .01(05 points)

Dans le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, *on donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f.*



1/- Par une lecture graphique compléter :

a)- $D_f = \ldots\ldots\ldots$; *le domaine de continuité de f est :* $\ldots\ldots\ldots$;

$f(0)= \ldots\ldots$; $f(1)= \ldots\ldots$; $f(2)= \ldots\ldots$; $f(5)= \ldots\ldots$;

$\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)= \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)= \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)= \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)= \ldots\ldots$;

$f_d'(1)= \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)-1}{x} = \ldots\ldots$;

$\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{f^2(x)-1}{x^2+x} = \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{f(x)}{x-2} = \ldots\ldots$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)= \ldots\ldots$.

b)- Donner l'équation de l'asymptote à $\left(C_f\right)$ *au voisinage de* $-\infty$.

c)Calculer lim $_{-\infty}$ *f(x)+x*

2)- Donner l'équation de la tangente à $\left(C_f\right)$ *au point d'abscisse 5 .*

3)-Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation f(x)=m

Exercice N .02(10 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x^2+1}-x & si\ x\le 0 \\ \dfrac{2x-1}{x-1} & si\ x \succ 0 \end{cases}$

On désigne par (ζ) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

I-1) Déterminer l'ensemble de définition D de f .

2) a) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[\frac{f(x)}{x}\right]$

b) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[f(x)+2x\right]$. Interpréter graphiquement .

3)a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement .

b) Etudier $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$. Interpréter graphiquement .

4) a) Montrer que f est continue en 0 .

b) Préciser le domaine de continuité de f .

5)a) Montrer que f est dérivable en 0 .

b) Ecrire une équation de la tangente Δ à (ζ) au point d'abscisse 0 .

II- Soit h la restriction de f à $\left]2,+\infty\right[$ et Γ sa courbe dans le repère $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Vérifier que $\forall x \in \left]2,+\infty\right[$, $h(x)=2+\frac{1}{x-1}$.

b) En déduire que h est bornée sur $\left]2,+\infty\right[$.

c) Montrer que l'équation $h(x)=\frac{11}{4}$ admet une solution β dans $\left]2,3\right[$.

2)a) Montrer que h est dérivable sur $\left]2,+\infty\right[$ et que $\forall \alpha \in \left]2,+\infty\right[$, $h'(x)=\frac{-1}{(\alpha-1)^2}$.

b) En déduire une équation de la tangente T à Γ parallèle à la droite

D d'équation $y=-\frac{1}{4}x+\frac{2019}{2020}$

Exercice 2

A) *Soit la fonction f définie par : $f(x)=\frac{ax^2-3x+b}{x-1}$.*

*On désigne par **(C f)** la courbe représentative de f dans le repère orthonormé R (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) .*

1) a) *Justifier que f est dérivable sur $IR \setminus \{1\}$.*

b) *Prouver que pour tout $x \in IR \setminus \{1\}$; $f'(x)=\frac{ax^2-2ax+3-b}{(x-1)^2}$.*

2) *f admet un extrémum 3 en 3 . Déterminer les réels a et b .*

B) On prend pour la suite : a = 1 et b = 6 .

1) *Dresser le tableau de variations de f .*

2) *Préciser les extremums de f et leur nature .*

C) *Soit la fonction h définie sur IR par :* $\begin{cases} h(x)=\frac{x^2-3x+6}{x-1} & si \quad x \le 0 \\ h(x)=\sqrt{x^2-2x+4}-8 & si \quad 0 < x \end{cases}$

*On désigne par **(C h)** la courbe représentative de h dans le repère orthonormé R (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) .*

1) a) Montrer que h est continue en 0 .

b) D'après la question **A) 1) b)** donner la valeur de $h'_g(0)$.

c) Etudier la dérivabilité de h à droite de 0 . h est elle dérivable en 0 ? Justifier

2) a) Justifier que h est dérivable sur $]0, +\infty[$.

b) Calculer $h'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de h sur IR .

EXERCICE N : 3 (6 points)

A) Soit $f(x) = 1 - \cos(2x) + \sin(2x)$.

1) a) Calculer $f(\frac{\pi}{12})$, $f(-\frac{\pi}{12})$ et $f(\frac{5\pi}{8})$.

b) Justifier que la fonction f n'est ni paire et ni impaire .

2) a) Vérifier que pour tout réel x on a : $\cos x + \sin x = \sqrt{2}\cos(x - \frac{\pi}{4})$.

b) Déduire que pour tout réel x on a : $f(x) = 2\sqrt{2}\sin x \cos(x - \frac{\pi}{4})$.

c) Résoudre dans IR puis dans $[0, \pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.

3) Soit $g(x) = 1 + \sin(2x)$. Montrer que $g(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{4})\cos(x - \frac{\pi}{4})$.

B) Soit $h : [0, \pi] \longrightarrow IR \quad ; \quad x \longmapsto h(x) = \dfrac{1+\sin(2x)}{1-\cos(2x)+\sin(2x)}$.

1) Déterminer le domaine de définition D_h de h .

2) a) Simplifier $h(x)$ pour tout $x \in D_h$

b) Résoudre dans D_h l'inéquation : $0 \le h(x)$.