

Année scolaire : 2020-2021

Réalisé par :Elassidi Nasr

Exercice N .01(04 points)

. Le graphique ci-contre ζ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}/\{2\}$.

- 1) La droite $\Delta : y = x - 1$ est une asymptote de ζ au voisinage de $+\infty$
- 2) La droite $\Delta' : y = -1$ est une asymptote à ζ au voisinage de $-\infty$.
- 3) La droite $x = 2$ est une asymptote verticale à ζ .

En utilisant le graphique ;

- 1) Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x - 1 , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{3f(x)} , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - x + 1}$$

- 2) Déterminer l'image des intervalles $] -\infty, 2[$ et $[3, +\infty[$ par f .

- 3) Soit la fonction h définie par $h(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

a- Déterminer le domaine de définition de h

b- Montrer que la fonction h est une prolongeable par continuité en 2

Exercice N .02(07 points)

A Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1}$

1/- Déterminer le domaine de définition de f .

2/- Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat .

3/- Montrer que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = x + 4 + \frac{3}{x - 1}$

4/- a) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + 4$ est une asymptote oblique à ζ_f au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$..

b)- Etudier la position de (C_f) par rapport à Δ .

$$\text{Soit } g(x) = \begin{cases} \sqrt{2x^2 + x + 1} - 2x \dots \dots \dots \text{si} \dots \dots \dots x \geq 0 \\ \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1} \dots \dots \dots \text{si} \dots \dots \dots x < 0 \end{cases}$$

B1- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$

2- Montrer que g est continue en 0.

3- Montrer que g est continue sur \mathbb{R}

4-a Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet au moins une solution $\alpha \in]0,4[$

b-Déduire que α est une solution de l'équation $2x^2 - x - 1 = 0$

Exercice N .03 (05 points) (les deux parties A et B sont indépendantes)

A Dans le plan orienté muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$,

On considère les points définis par leurs coordonnées cartésiennes

$A(-1, \sqrt{3})$ et $B(\sqrt{3}, 1)$

1-Déterminer les coordonnées polaires de A et B

a-Placer les points A et B dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

2-Soit C le point tel que $\vec{AC} = \vec{OB}$

a-Montrer que OACB est un carré

b- Montrer que les coordonnées polaires de C sont $\left[2\sqrt{2}, \frac{5\pi}{12} \right]$

3-Déterminer les coordonnées cartésiennes de C

b-En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$

B On considère le cercle trigonométrique ζ de centre O.

On désigne par le point M le point du cercle tel que $(\vec{i}, \vec{OM}) \equiv \theta [2\pi]$ ou θ est un réel de l'intervalle $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$

Δ La tangente à ζ en M

1- Montrer qu'une équation cartésienne de Δ est $x \cos \theta + y \sin \theta - 1 = 0$

2-la droite Δ coupe l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées respectivement en P et Q

a)On désigne A par l'aire du triangle OPQ .Montrer que $A = \frac{1}{\sin 2\theta}$

b-Montrer que l'aire A est minimale si et seulement M est le milieu du segment [PQ]

3-Soit $E(-1, \sqrt{3})$, Déterminer le point M de ζ tel que la droite Δ passe par le point E

Exercice.04 (04 points)

Soit $f(x) = 1 - \cos 2x + \sin 2x$.

1/- Calculer $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ et $f\left(\frac{49\pi}{6}\right)$.

2/- a)- Montrer que : $f(x) = 2\sqrt{2} \sin x \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

b)- Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis déduire $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3/- Résoudre dans \mathbb{R} puis $[0, 2\pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.

Feuille annexe

