Mathématiques Lycée Thélepte Fevrier 2014	**Devoir de contrôle n°2** 3ème sciences exp	Durée : 2heures Profs: Mhamdi Abderrazek

Exercice n°1 : (7points)

La courbe (Cf) ci-dessus étant la représentation graphique d'une fonction f définie sur IR ,dans un repère orthonormé (O ;$\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$).

La droite d'équation y=5 est une asymptote à (Cf).

Par une lecture graphique répondre aux questions suivantes :

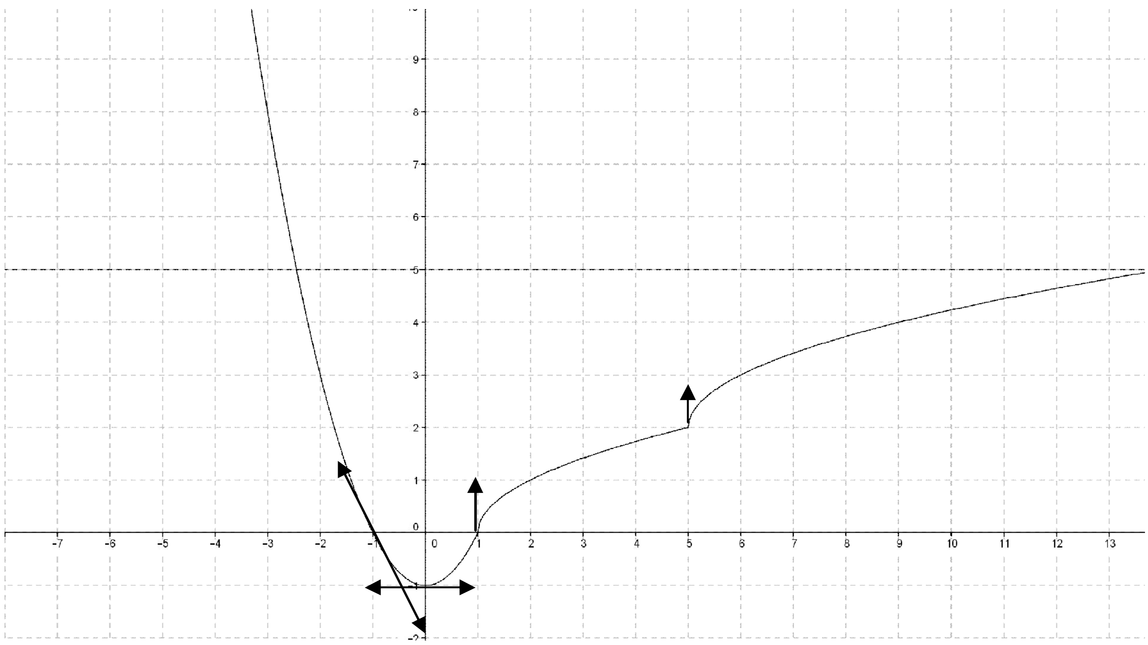
1).Calculer $\lim_{-\infty} f$ et $\lim_{+\infty} f$.

2).Calculer f(-1) ;f(0) ;f'(-1) et f'(0).

3). $\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$ et $\lim_{x\to 5^+} \frac{f(x)-2}{x-5}$.

4).Résoudre dans IR les équations suivantes :f(x)=0 et f'(x)=0.

5).Déterminer le signe de f(x) $\forall$ x$\in$ IR.



Exercice n°2 : **(7points)**

Soit f la fonction définie sur IR par $\begin{cases} f(x) = x^3 - 3x & si\ x \leq 1 \\ f(x) = -2 + 2\sqrt{x-1} & si\ x \geq 1 \end{cases}$

1). Calculer $\lim_{-\infty} f$ et $\lim_{+\infty} f$.

2).a). Montrer que f est continue en1.

b). Montrer que f est continue sur IR.

3).a). Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 1.

b). Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4). Calculer f'(-2) en déduire une approximation affine de $\alpha=(-2.001)^3+6,003$.

Exercice n°3 : **(6points)**

Soit g(x)=1+cos(2x)+sin(2x).

1). Calculer g(0) ;g($\frac{\pi}{4}$) ; g($\frac{\pi}{2}$) et g(π).

2).a). Montrer que g(x)=1+$\sqrt{2}$ cos(2x-$\frac{\pi}{4}$).

b). Résoudre dans IR l'équation g(x)=0.

3). Soit h(x)=$\frac{cos(x)+\sqrt{3}\sin(x)}{1+\cos(2x)+\sin(2x)}$

a). Déterminer l'ensemble de définition de h.

b). Résoudre dans IR l'équation h(x)=0.

BON TRAVAIL

Mathématiques Lycées Thélepte 2012- 2013	Correction du Devoir de contrôle n°2	Profs Mhamdi Abderrazek 4ème Maths

Exercice n°1 :

1). $\lim_{-\infty} f = +\infty$ et $\lim_{+\infty} f = 5$.

2). f(-1)=0 ;f(0)=-1 ;f'(-1)=-2 et f'(0)=0.

3). $\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)}{x-1} = +\infty$ et $\lim_{x\to 5^+} \frac{f(x)-2}{x-5} = +\infty$.

4). f(x)=0 sig x {-1 ;1} ;f'(x)=0sig x=0.

5).

X	-∞		-1		1		+∞
f(x)		+	0	-	0	+	

Exercice n°2 :

1). $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 - 3x = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} -2 + 2\sqrt{x-1} = +\infty$.

2). ***a***).f(1)=1^3-3x1=-2=$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = -2+2\sqrt{1-1} = -2 = f(1)$.

On a $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = f(1)$ donc f est continue en 1.

b).La fonction x $\longmapsto x^3 - 3x$ est continue sur IR en particulier sur]-∞ ;1[(polynôme).

La fonction x $\longmapsto -2 + 2\sqrt{x-1}$ est continue sur [1 ;+∞ [en particulier sur]1 ;+∞ [.

De plus f est continue en 1 . donc f est continue sur IR.

3). ***a***). $\lim\limits_{x\to1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^-} \frac{x^3-3x+2}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^-} \frac{(x-1)(x^2+x-2)}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^-} x^2+x-2 = 0$.sig f est dérivable à gauche en 1 et on a $f'_g(1)=0$.

. $\lim\limits_{x\to1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^+} \frac{-2+2\sqrt{x-1}+2}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^+} \frac{2\sqrt{x-1}}{x-1} = \lim\limits_{x\to1^+} \frac{2}{\sqrt{x-1}} = +\infty$ .sig f n'est dérivable à droite en 1 .

b).La courbe de f admet au point d'abscisse 1 deux demi-tangentes l'une horizontale à gauche et l'autre verticale dirigée vers le haut à droite .

4). $f'(-2) = 3x(-2)^2-3 = 9$.

$\alpha=(-2.001)^3+6{,}003 =(-2.001)^3 - 3x(-2{,}001) =f(-2{,}001) = f(-2+(-0{,}001)) \approx f'(-2)x(-0{,}001)+f(-2)$
$\approx -2{,}009$.

Exercice n°3 :

1). $g(0)= 1+\cos(2x0)+\sin(2x0)= 1+\cos(0)+\sin(0)=1+1+0=2$.

$g(\frac{\pi}{4}) =1+\cos(2x\frac{\pi}{4})+\sin(2x\frac{\pi}{4})= 1+\cos(\frac{\pi}{2})+\sin(\frac{\pi}{2})=1+0+1=2$.

$g(\frac{\pi}{2}) =1+\cos(2x\frac{\pi}{2})+\sin(2x\frac{\pi}{2})= 1+\cos(\pi)+\sin(\pi)=1+(-1)+0=0$.

$g(\pi)= 1+\cos(2\pi)+\sin(2\pi)= 1+\cos(0)+\sin(0)=1+1+0=2$.

2).a). On a $1+\sqrt{2}\cos(2x-\frac{\pi}{4}) =1+\sqrt{2}(\cos(2x).\cos(\frac{\pi}{4}) + \sin(2x).\sin(\frac{\pi}{4})) = 1+\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(2x). + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin(2x))$

$=1+\cos(2x)+\sin(2x) = g(x)$.

b). $g(x)=0$ signifie $1+\sqrt{2}\cos(2x-\frac{\pi}{4}) =0$ signifie $\cos(2x-\frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ signifie $\cos(2x-\frac{\pi}{4})= \cos(\frac{3\pi}{4})$

signifie $2x-\frac{\pi}{4} =\frac{3\pi}{4} +2k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$) ou $2x-\frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} +2k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$)

signifie $\boxed{x= \frac{\pi}{2} +k\pi \ (k\in\mathbb{Z}) \text{ ou } x= -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k\in\mathbb{Z})}$

3).a). $D_h = \{x \in IR$ tel que $1+\cos(2x)+\sin(2x) \neq 0\} = \{x \in IR$ tel que $g(x) \neq 0\}$

$=IR\backslash\{ x=\frac{\pi}{2} +k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$) ou $x= -\frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$) $\}$.

b). $h(x)=0$ signifie $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) =0$ ($\forall x \in D_h$) signifie $2\cos(x-\frac{\pi}{3}) =0$ ($\forall x \in D_h$)

(car $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) = 2\cos(x-\frac{\pi}{3})$ **)** signifie $\cos(x-\frac{\pi}{3}) =0$ ($\forall x \in D_h$)

Signifie $x-\frac{\pi}{3} =\frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$) signifie $\boxed{x= \frac{5\pi}{6} + k\pi \ (k\in\mathbb{Z}}$

BON TRAVAIL