

EXERCICE N : 1 (4 points)

La répartition de 10 joueurs d'une équipe de basket ball selon le nombre de fautes commises au cours d'un match est donné par le tableau suivant :

Nombre de faute(s)	0	1	2	3	4	5
Nombre de joueur(s)	2	1	1	2	3	1

I) Un joueur est choisi au hasard .

1) Soit l'évènement **A** : « Le joueur ait commis 0 faute » .Vérifier que $p(A) = \frac{1}{5}$.

2) Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

B : « Le joueur a été expulsé pendant le match » (**Un joueur est expulsé lorsqu'il commet 5 fautes**)

C : « Le joueur a commis au plus 1 fautes » .

II) L'entraîneur choisi cinq joueurs au hasard pour formé l'équipe titulaire.

Pour tout $k \in \{ 0, 1, 2 \}$ on considère l'évènement :

S_k : « Avoir exactement K joueur(s) qui n'ont commis aucune faute » .

On désigne par : p_k la probabilité de l'évènement S_k .

1) Calculer p_k pour tout $k \in \{ 0, 1, 2 \}$.

2) Déduire la probabilité de l'évènement :

D : « Avoir au moins un joueur parmi les cinq choisis qui n'a commis aucune faute »

III) Parmi les 10 joueurs , deux sont choisis au hasard , l'un est nommé capitaine et l'autre son remplaçant . Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : « La somme des fautes du capitaine et son remplaçant est égal à 7 »

F : « Le capitaine a commis 3 fautes pendant le match »

E \cup F .

EXERCICE N : 2 (5 points)

L'espace (ξ) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

A) $(S_m) = \{ M(x, y, z) \in \xi \text{ tels que : } x^2 + y^2 + z^2 - 4(m-1)x + 2(m-1)y - 2(m-1)z = 0 \}$

avec m est un paramètre réel et P le plan d'équation : $2x - y + z = 0$.

1) Montrer que pour tout $m \neq 1$, (S_m) est la sphère de centre $\Omega_m(2m-2, 1-m, m-1)$

et de rayon $R_m = \sqrt{6} / |m-1|$.

2) Soit (\mathcal{F}) l'ensemble des points Ω_m quand m varie dans $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Déterminer la nature de (\mathcal{F}) .

3) Montrer que P est tangent à (S_m) pour tout $m \neq 1$.

B) On considère les points $A(4, 0, 0)$, $B(0, -2, 0)$ et $C(0, 0, 2)$.

1) a) Calculer le vecteur $\vec{N} = \vec{AB} \wedge \vec{AC}$.

b) Dédurre que le plan (ABC) a pour équation cartésienne : $x - 2y + 2z - 4 = 0$.

2) a) Calculer le volume V du tétraèdre $OABC$.

b) Dédurre la hauteur h du tétraèdre $OABC$ issue du point O .

3) a) Vérifier que (S_2) est la sphère circonscrite au tétraèdre $OABC$.

b) Déterminer le rayon r et le centre H du cercle (\mathcal{C}) intersection de (S_2) et (ABC) .

c) H est-il le pied de la hauteur, du tétraèdre $OABC$, issue de O ? Justifier votre réponse

EXERCICE N : 3 (5 points) (Les parties A et B sont indépendantes)

A) Soient $ABCD$ un carré de centre O tel que $(\vec{AB}; \vec{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$ I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AD]$ et K le symétrique de I par rapport à A .

1) a) Montrer qu'il existe une unique rotation R qui transforme B en D et J en K

b) Montrer que A est le centre de la rotation R et $\frac{\pi}{2}$ est une mesure de son angle.

c) En déduire que (BJ) et (DK) sont perpendiculaires.

d) Montrer que J est l'orthocentre du triangle DKB .

2) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BJ) et $G = R(H)$.

a) Montre que G appartient à la droite (DK) et que (AG) et (AH) sont perpendiculaires.

b) Dédurre une construction de G .

c) Montrer que les points A, B, O et H sont situés sur un même cercle que l'on précisera.

d) Montrer que G, H et O sont alignés.

B) Sans justification, indiquer la seule réponse exacte parmi les propositions suivantes.

1) la transformation $S_{(BC)} \circ S_{(AC)} \circ t_{\vec{BD}}$ est :

a) une rotation

b) une translation

c) l'identité du plan

2) La fonction composée $r_{(O, -\frac{\pi}{2})} \circ r_{(C, \frac{\pi}{2})}$ est égal à :

a) S_A

b) $t_{\vec{CB}}$

c) $t_{\vec{AD}}$

EXERCICE N : 4 (6 points)

A) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$.

(**Cf**) désigne la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $R (O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Montrer que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = 2x + 1 + \frac{2}{x + 1}$.

b) Déduire les asymptotes à (**Cf**) .

2) Dresser le tableau de variations de f .

3) Tracer la courbe (**Cf**) dans le repère R .

B) Soit h la fonction définie par : $h(x) = f(2 \cos 2x) = 4 \cos(2x) + 1 + \frac{2}{2 \cos(2x) + 1}$.

1) Déterminer D_h le domaine de définition de h .

2) Justifier qu'il suffit d'étudier h sur l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2} \right] \cap D_h$.

3) Etudier le signe de $2 \cos(2x) + 1$ sur $\left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ puis déduire $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} h(x)$.

4) a) Montrer que pour tout $x \in D_h$; $h'(x) = \frac{-16 \sin(4x) [1 + \cos(2x)]}{[2 \cos(2x) + 1]^2}$.

b) Etudier les variations de h sur $\left[0, \frac{\pi}{2} \right] \cap D_h$.

c) Tracer dans un repère orthogonal la courbe (Γ) de la restriction de h sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \cap D_h$.