

**CORRECTION
DEVOIR DE SYNTHESE N°3**

EXERCICE N°1(4pts)

1)

Densité	[1,50;1,54[[1,54;1,58[[1,58;1,62[[1,62;1,66[[1,66;1,70[[1,70;1,74[
Effectif n_i	2	10	26	32	8	2
Centre x_i	1.52	1.56	1.6	1.64	1.68	1.72
ECC	2	12	38	70	78	80

2) Calcul de : M_e

$38 \leq 40 \leq 70$ et

$$1.6 \leq M_e \leq 1.64 \Leftrightarrow \frac{M_e - 1.6}{0.04} = \frac{2}{32} \Leftrightarrow M_e = \frac{1}{16} \cdot 0.04 + 1.6 \Leftrightarrow \boxed{M_e = 1.6025}$$

Calcul de : Q_1

$12 \leq 20 \leq 38$ et

$$1.56 \leq Q_1 \leq 1.6 \Leftrightarrow \frac{Q_1 - 1.56}{0.04} = \frac{8}{26} \Leftrightarrow Q_1 = \frac{4}{13} \cdot 0.04 + 1.56 \Leftrightarrow \boxed{Q_1 = 1.5723}$$

Calcul de : Q_3

$38 \leq 60 \leq 70$ et

$$1.6 \leq Q_3 \leq 1.64 \Leftrightarrow \frac{Q_3 - 1.6}{0.04} = \frac{22}{32} \Leftrightarrow Q_3 = \frac{11}{16} \cdot 0.04 + 1.6 \Leftrightarrow \boxed{Q_3 = 1.6275}$$

3)

.....

.....

.....

.....

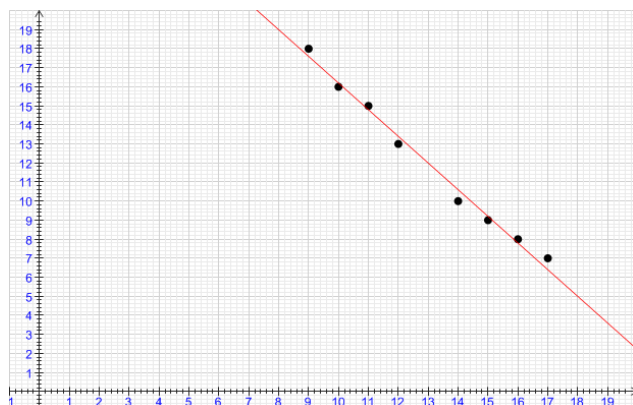
.....

.....

4) $\bar{X} = 1.62 \quad \sigma_x = 0.04$

5) $[1.58, 1.66]$ 58 cartes pourcentage : $\frac{59}{80} \cdot 100 = 72.5\%$

EXERCICE N°2 (4pts)



- 2) $\bar{X} = 13$; $\bar{Y} = 120$ G(13 ; 120)
 3) a) $G_1(10.5; 155)$; $G_2(15.5; 85)$
 b) prix max pour 50 acheteurs : 18D
 4) a) $a = \frac{85-155}{15.5-10.5} = -14$ et $b = 155 + 14 \cdot 10.5 = 302$
 b) $-14 \cdot 13 + 302 = 120$
 $\frac{250-302}{-14} = 3.7$ $X \leq 3.7$

EXERCICE N°3 (4pts)

1) $Z_A = \left[2, \frac{\pi}{2} \right]$; $Z_B = \left[2, -\frac{\pi}{6} \right]$; $Z_C = \left[2, -\frac{5\pi}{6} \right]$

2) $AB = |Z_B - Z_A| = |\sqrt{3} - 3i| = 2\sqrt{3}$

$AC = |Z_C - Z_A| = |-\sqrt{3} - 3i| = 2\sqrt{3}$

D'où ABC est un triangle

3) ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \text{aff}(\vec{AB}) = \text{aff}(\vec{DC})$
 $\Leftrightarrow Z_B - Z_A = Z_C - Z_D$
 $\Leftrightarrow Z_D = Z_C - Z_B + Z_A$
 $\Leftrightarrow Z_D = -\sqrt{3} - i - \sqrt{3} + i + 2i$
 $\Leftrightarrow \boxed{Z_D = -2\sqrt{3} + 2i}$

4) $E = \text{med}[AB]$

$$\left| i \left(Z + \frac{2}{i} \right) \right| = 1 \Leftrightarrow |i(Z - 2i)| = 1 \Leftrightarrow |i||Z - 2i| = 1$$

Soit $M \in F \Leftrightarrow |iZ + 2| = 1 \Leftrightarrow |Z - Z_A| = 1$ ($|i| = 1$)
 $\Leftrightarrow F = \varphi(A, 1)$

EXERCICE N°4(4pts)

1) a) $\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{AC} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \vec{k}$
 $= -2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \neq \vec{0}$

d'où A, B et C non alignés donc les trois points définissent un plan

$P : -2x - 2y + 2z + d = 0$

Or $A(1, 0, 2) \in P \Leftrightarrow -2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + d = 0$

c) $\Leftrightarrow d = -2$
 $\Leftrightarrow P : -2x - 2y + 2z - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow \boxed{P : x + y - z + 1 = 0}$

2) a) $P \perp Q \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$

$$\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{n}' \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 = 0. \text{ D'où } P \perp Q$$

$$D = P \cap Q : \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 3x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$$

b) On pose $x = \alpha$

$$\begin{cases} -y + 4 + 4x = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 + 4x \\ z = x + 4 + 4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ y = 4 + 4\alpha \\ z = 5 + 5\alpha \end{cases}$$

d'où $D = D(F(0,4,5); \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix})$

3) a) Soit $H(x, y, z)$ le projeté orthogonal de I sur P

$$\begin{cases} \overline{IH} = \lambda \vec{n} \\ H \in P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \lambda \\ y - 2 = \lambda \\ z + 2 = -\lambda \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = -2 - \lambda \\ 1 + \lambda + 2 + \lambda + 2 + \lambda + 1 = 0 \end{cases}$$

on a alors :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 0 \\ \lambda = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{H(-1, 0, 0)}$$

b) $d(I; P) = \frac{|1 + 2 + 2 + 1|}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \boxed{2\sqrt{3}}$

4) a)

$$\begin{aligned} M(x, y, z) \in S &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 + 4z - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 - 1^2 + (y - 2)^2 - 2^2 + (z + 2)^2 - 2^2 - 18 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 27 = (3\sqrt{3})^2 \\ &\Leftrightarrow S = S(\Omega(1; 2; -2), R = 3\sqrt{3}) \end{aligned}$$

b) $R > d(I, P) \Leftrightarrow S \cap P = \zeta(H, r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2})$