

Exercice n°1: (7 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x+2}$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f .

2) a) Montrer que la droite $\Delta: y = x + 2$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.

b) Etudier la position relative de C_f et Δ .

3) Tracer la courbe de f

4) Soit m un paramètre réel. Discuter graphiquement suivant les valeurs de m le nombre des solutions de l'équation $(E_m): x^2 + (4 - m)x + 5 - 2m = 0$

5) Soit $g(x) = \sqrt{f(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de g .

b) Dresser le tableau de variation de g

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.

d) Tracer dans le même repère la courbe de g .

Exercice n°2: (5 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

1) a) Déterminer la période de f

b) Montrer que la droite $D: x = \frac{\pi}{3}$ est un axe de symétrie à la courbe de f .

c) Dédire qu'il suffit d'étudier f sur $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$

2) a) Dresser le tableau de variation de f sur $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$.

b) Construire la courbe de f sur $[-2\pi, 2\pi]$ en expliquant les étapes de construction.

3) Soit $g(x) = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

a) Montrer que $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) Dédire une construction de la courbe de g à partir de celle de f .

(on rappelle : $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$ et $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$)

Exercice n°3: (8 points)

1) Le plan est munie d'un repère orthonormé directe $((O, \vec{u}, \vec{v}))$. Soit (ζ) le cercle de centre O et rayon 2

On considère les points A, B et C d'affixes respectifs $Z_A = 2i$, $Z_B = \sqrt{3} - i$ et $Z_C = -Z_B$ et $Z_D = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

- a) Ecrire Z_A , Z_B , Z_C et Z_D sous forme trigonométrique.
- b) Construire les points A, B, C et D dans le repère.
- c) Montrer que ABC est rectangle en A.
- d) Déterminer l'affixe du point E pour que ABEC soit un rectangle.

2) Soit le nombre complexe $U = Z_B \times Z_D$

- a) Ecrire U sous forme algébrique.
- b) Déterminer le module et l'argument de U.
- c) Dédire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3) Soit Δ la droite passant par A et parallèle à (BC) qui recoupe (ζ) en un point M d'affixe Z_M .

- a) Montrer qu'il existe un réel α strictement positif tel que : $Z_M - Z_A = 2\alpha Z_B$.
- b) Ecrire Z_M sous forme algébrique en fonction de α .
- c) Vérifier que $|Z_M| = 2$ puis déduire la valeur de α .

Bon travail