

**Exercice n°1: ( 7 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  par  $f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x+2}$ . On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

2) a) Montrer que la droite  $\Delta: y = x + 2$  est une asymptote à  $C_f$  au voisinage de  $+\infty$  et  $-\infty$ .

b) Etudier la position relative de  $C_f$  et  $\Delta$ .

3) Tracer la courbe de  $f$

4) Soit  $m$  un paramètre réel. Discuter graphiquement suivant les valeurs de  $m$  le nombre des solutions de l'équation  $(E_m): x^2 + (4 - m)x + 5 - 2m = 0$

5) Soit  $g(x) = \sqrt{f(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .

b) Dresser le tableau de variation de  $g$

c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  puis interpréter graphiquement le résultat.

d) Tracer dans le même repère la courbe de  $g$ .

**Exercice n°2: ( 5 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

1) a) Déterminer la période de  $f$

b) Montrer que la droite  $D: x = \frac{\pi}{3}$  est un axe de symétrie à la courbe de  $f$ .

c) Dédire qu'il suffit d'étudier  $f$  sur  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$

2) a) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$ .

b) Construire la courbe de  $f$  sur  $[-2\pi, 2\pi]$  en expliquant les étapes de construction.

3) Soit  $g(x) = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

a) Montrer que  $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) Dédire une construction de la courbe de  $g$  à partir de celle de  $f$ .

( on rappelle :  $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$  et  $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$  )

**Exercice n°3: ( 8 points)**

1) Le plan est munie d'un repère orthonormé directe  $((O, \vec{u}, \vec{v}))$ . Soit  $(\zeta)$  le cercle de centre O et rayon 2

On considère les points A, B et C d'affixes respectifs  $Z_A = 2i$ ,  $Z_B = \sqrt{3} - i$  et  $Z_C = -Z_B$  et  $Z_D = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

- a) Ecrire  $Z_A$ ,  $Z_B$ ,  $Z_C$  et  $Z_D$  sous forme trigonométrique.
- b) Construire les points A, B, C et D dans le repère.
- c) Montrer que ABC est rectangle en A.
- d) Déterminer l'affixe du point E pour que ABEC soit un rectangle.

2) Soit le nombre complexe  $U = Z_B \times Z_D$

- a) Ecrire U sous forme algébrique.
- b) Déterminer le module et l'argument de U.
- c) Déduire les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

3) Soit  $\Delta$  la droite passant par A et parallèle à (BC) qui recoupe  $(\zeta)$  en un point M d'affixe  $Z_M$ .

- a) Montrer qu'il existe un réel  $\alpha$  strictement positif tel que :  $Z_M - Z_A = 2\alpha Z_B$ .
- b) Ecrire  $Z_M$  sous forme algébrique en fonction de  $\alpha$ .
- c) Vérifier que  $|Z_M| = 2$  puis déduire la valeur de  $\alpha$ .

**Bon travail**