Lycee H. Souk Djerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Contrôle N : 3 Durée :2 Heures	3 Mathématique 1 0 3 Mai 2011

EXERCICE N : 1 (4 points)

A) Soit x et y deux réels strictement positifs tels que : $x \geq y$.

Montrer par récurrence que pour tout $n \in IN$; $x^n \geq y^n$.

B) On considère les suites (U_n) et (V_n) définies sur IN* par : $U_n = n + \frac{1}{n}$ et $V_n = (U_n)^n$.

1) a) Montrer que la suite (U_n) est croissante sur IN* .

b) En déduire que la suite (V_n) est croissante sur IN* .

2) a) Montrer que pour tout $n \in IN^*$; $U_n \geq 2$.

b) Déduire alors $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$.

EXERCICE N : 2 (4.5 points)

I) Une classe est composé de 9 élèves , 5 filles et 4 garçon , on veut former une équipe constituée de 3 joueurs . Les choix des joueurs sont équiprobables .

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « L'équipe obtenue est formée de 3 joueurs de même sexe »

B : « L'équipe obtenue comprend au moins une fille »

C : « L'équipe obtenue comprend au plus un garçons » et $\mathbf{D = B \cup C}$.

II) Un élève **E** de cette classe effectue au maximum 5 essais successifs pour marquer un panier , Il s'arrête dés qu'il marque le panier . La probabilité de réussir le premier essai est $P_1 = \frac{1}{2}$.

S'il rate un essai , la probabilité de réussir le suivant est de $\frac{2}{5}$.

Pour tout $k \in \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$; on considère l'évènement R_K : « Réussir le panier au $k^{ième}$ essai » et on note : $P_k = P (R_K)$.

1) Justifier que : $P_2 = \frac{1}{5}$.

2) Calculer P_k pour tout $k \in \{ 3 , 4 , 5 \}$.

3) En déduire la probabilité pour que l'élève **E** n'arrive pas à marquer le panier après les 5 essais .

EXERCICE N : 3 *(5 points)* ***(Les parties A , B et C sont indépendantes)***

A) 1) *Montrer que pour tout $n \in IN$; $(9^{n} - 1)$ est divisible par 8 .*

2) *En déduire que pour tout $n \in IN$; $(3^{2n+1} - 3)$ est divisible par 8 .*

3) *Déterminer alors le reste de la division euclidienne de 3^{2011} et par 8 .*

B) *Déterminer l'ensemble des couples (a , b) d'entiers naturels , solutions du système (S)* $\begin{cases} a+b=144 \\ a \wedge b=12 \end{cases}$

C) 1) *Montrer que pour tout $n \in IN$; les entiers $(n + 1)$ et $(n^{2} + 3n + 3)$ sont premiers entre eux .*

2) *En déduire les entiers naturels n tels que $(n + 1)$ divise $(n + 17)(n^{2} + 3n + 3)$.*

EXERCICE N : 4 *(6.5 points)*

Soit ABJ un triangle rectangle et isocèle en A avec AB = 3 et $(\widehat{\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$.

*Soit $C = S_J (B)$ et **R** la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ tel que : **R** (C) = B .*

1) *Déterminer et construire le point O centre de la rotation **R** .*

2) a) *Montrer que* $(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BO}}) \equiv 0 (2\pi)$.

b) *Montrer que A est le milieu de [OB] .*

3) a) *Montrer qu'il existe une unique rotation **R'** telle que **R'**(O) = C et **R'**(B) = O .*

b) *Montrer que $\frac{\pi}{2}$ est l'angle de la rotation **R'** .*

c) *Déterminer **R' o R'** (B) puis la nature de l'application **R' o R'** .*

d) *Déduire que le point J est le centre de **R'** .*

4) *Soit E un point de [OJ] et K un point de [JC] tel que : OE = CK .*

a) *Montrer que **R'**((BE)) = (OK) .*

b) *En déduire l'orthocentre du triangle OBK .*

5) *Soit **($\mathscr{C}$)** le cercle de diamètre [OB] . Déterminer et construire **($\mathscr{C}$')** = **R'** ($\mathscr{C}$) .*

6) *Soit Δ une droite passant par J distincte de (BC) et recoupe **($\mathscr{C}$)** en D et **($\mathscr{C}$')** en D' .*
Montrer que les droites (OD) et (OD') sont perpendiculaires .