2016/2017

LYCÉE CHEBBI

DEVOIR DE SYNTHÈSE # 2

MATHÉMATIQUES

PR : SOLTANI MOHSEN

Le sujet comporte 3 *pages numérotés de* 1 *à* 3
Une copie non soignée sera sanctionnée.

Exercice 1 **(3 points)**

Une base de données d'un site de discussion contient les dates d'inscriptions des utilisateurs. Nous avons noté depuis 2010 le nombre d'inscriptions en milliers par année .

l'année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'inscriptions y	5	6.5	8.5	10	12	13.5	14.5

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. un ajustement affine est-il justifié.
2. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
3. A combien estimez-vous le nombre d'inscription en 2020
4. Quand estimez-vous que le nombre d'inscriptions annuel dépassera un million.

Exercice 2 **(4 points)**

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On donne Les points $A(0,0,1)$; $B(1,0,2)$ et $C(4,1,-3)$

1. Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est :
   $\mathscr{P} : x - 8y - z + 1 = 0$.
2. Soit $K(4,0,1)$, Montrer que $KABC$ est un tétraèdre puis calculer son volume.
3. Soit $\mathscr{Q}$ le plan dont une équation cartésienne est $x + z - 1 = 0$
   (a) Montrer que $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ sont sécants suivant une droite Δ que l'on caractérisera.
   (b) Calculer la distance de K à la droite Δ.
4. Soit $S := \{M(x,y,z) \in \mathscr{E}; x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0\}$.
   (a) Montrer que S est une sphère de centre $\Omega(1,0,-1)$.Préciser son rayon R.
   (b) Montrer que $S \cap \mathscr{Q}$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon r.

Exercice 3 **(4 points)**

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n + 4}{4u_n + 5}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Déterminer les valeurs α pour les quelles (u_n) est constante.
   Dans la suite , on prend $u_0 = 0$

2. Montrer par récurrence que $0 \leq u_n \leq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
3. Montrer que (u_n) est croissante.
4. Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \dfrac{1-u_n}{1+u_n}$.
   (a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.
   (b) Exprimer V_n puis u_n en fonction de n.
   (c) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 4 .(**4 points**)

Un atelier produit des pièces dont certaines défectueuses à cause de deux défauts possibles, le défaut A et le défaut B , à l'exclusion de tout autre défaut.On a constaté que, parmi les pièces produites ,28% ont le défaut A,27% ont le défaut B et 10% ont les deux défauts.
On note : D_1 :"la pièce a un seul défaut". D_2 :"la pièce a deux défauts"

1. On choisit au hasard une des pièces produites.
   (a) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse?
   (b) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui présente seulement le défaut A ?
   (c) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui présente un seul défaut ?
   (d) Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui ne présente aucun de deux défauts?
2. On note R:"la pièce est réparable ", et on donne $p(R) = 0.32$.
   On choisit au hasard et de manière indépendante 5 pièces.
   Montrer que la probabilité pour qu'au moins une pièce soit réparable est $p = 1 - (0.68)^5$.

Exercice 5 .(**5 points**)

Soit f la fonction définie sur $[-2, 2]$ par : $f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$. On note $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1. (a) Montrer que f est dérivable sur $]-2, 2[$.
   (b) Calculer $f'(x)$ pour $x \in]-2, 2[$.
2. Soit a un réel de l'intervalle $]0.2[$.
   On note H et K les points de coordonnées respectives $(\frac{4}{a}, 0)$ et $(0, \frac{1}{f(a)})$.
   (a) Montrer que (HK) est tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse a.
   (b) On donne dans **<u>la feuille annexe</u>** , la courbe $(\mathscr{C}_f)$, la courbe $(\mathscr{C}_0)$ d'équation $y = \dfrac{1}{x}$ et a un réel arbitraire placé sur l'axe des abscisses.
   Construire la tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse a.
3. Construire sur le même repère la courbe $(\mathscr{C}_1) = S_{(O,\overrightarrow{i})}(\mathscr{C}_f)$.
4. On note $\mathscr{C}' = (\mathscr{C}_f) \cup (\mathscr{C}_1)$
   (a) Montrer qu'une équation cartésienne de $(\mathscr{C}')$ est : $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$.
   (b) Soit $F(\sqrt{3}, 0)$ et $\Delta : x = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$, M_0 un point de $(\mathscr{C}')$ d'abscisse $x_0 > 0$. On note H le projeté orthogonal de M_0 sur Δ.
   Montrer que $\dfrac{M_0F}{M_0H} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

FEUILLE ANNEXE

NOM ET PRÉNOM ....