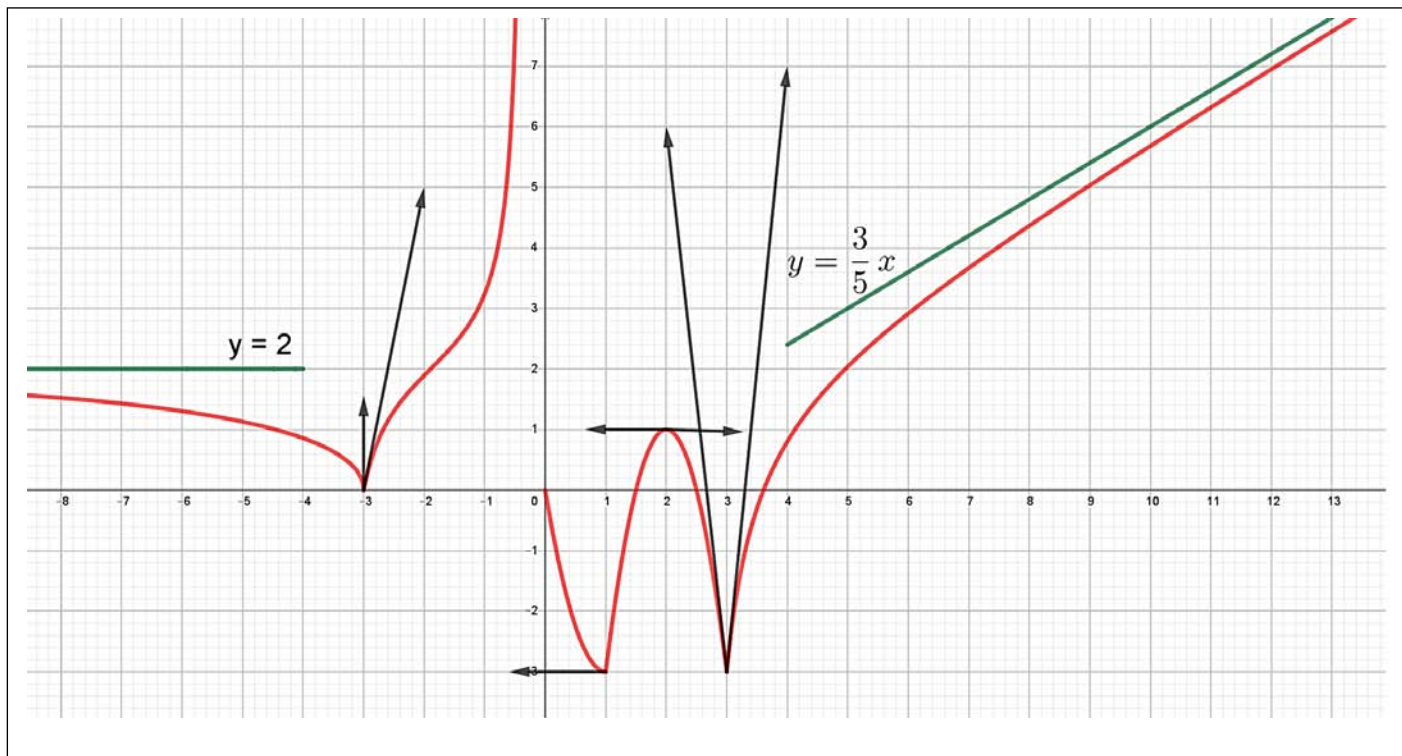


Exercice N°1 (5 points)



La courbe ζf ci-dessus représente une fonction dans un repère orthonormé

Déterminer graphiquement

1) Le domaine de définition ; de continuité et de dérivabilité

2) $f'_d(-3)$; $f'_g(1)$; $f'(2)$; $f'_g(3)$

3) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{f(x)}{x+3}$; $\lim_{x \rightarrow (0)^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \frac{5}{3}x$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - 2x}{3 - 4x}$

4) Déterminer l'équation de la tangente à droite de 3

5) Soit $g(x) = f^2(x)$ et soit ζg sa courbe représentative

a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow (3^+)} \frac{g(x) - 9}{x - 3} = -60$

b) Déterminer l'équation de la tangente à ζg droite de 3

Exercice N°2 (5 points)

Soit f une fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 4x + a}{x+1} & ; \quad \text{si } x < 0 \\ \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x-3} & ; \quad \text{si } 0 \leq x < 3 \\ \sqrt{x^2 - x - 6} - 2x + 1 & ; \quad \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) a) Déterminer le réel a pour que f soit continue en 0

b) Montrer que f est prolongeable par continuité en -1 (on prend la valeur de $a = 1$)

3) Etudier la continuité de f en 3

4) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Montrer que $\Delta: y = -x + \frac{1}{2}$ est une asymptote oblique au voisinage $+\infty$

Exercice N°3 (5 points)

I) Soient f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{8}{3}x$ et ζf sa courbe représentative dans un repère orthonormé $R(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) a) Calculer $f'(x)$

b) Déterminer la tangente à ζf au point $A(2; 0)$

2) Déterminer les points de ζf tel que les tangentes sont parallèles à $\Delta: y = -\frac{2}{3}x + 2$ puis déterminer les expressions de ces tangentes

II) Soient $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x+1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$ et ζg sa courbe représentative

1) Montrer que g est continue en 2

2) Etudier la dérivabilité de g en 2

3) Déterminer la (ou les) tangente(s) à ζg au points $A(2; 0)$

Exercice N°4 (5 points)

Dans la figure ci-dessous on a $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{-53\pi}{3} [2\pi]$; $(\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}) \equiv \frac{49\pi}{3} [2\pi]$ et (CD) est la médiatrice de $[AB]$

1) Montrer que le triangle ABC est équilatéral

2) Montrer que les points A ; B ; C et D sont sur un même cercle ζ

3) Montrer que $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{-\pi}{6} [2\pi]$

4) En déduire que $(BC) \perp (BD)$ est que $[DC]$ est un diamètre de ζ

5) Reproduire la figure sur votre copie puis déterminer et construire l'ensemble des points M tel que $(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) \equiv \frac{-\pi}{6} [2\pi]$