

Classe :

Devoir de contrôle n°2

Prof Mr :

3<sup>ème</sup> Math

Faouzi Bouaziz

### Exercice 1 :

Soit  $ABCD$  un carré de centre  $O$  tel que ;  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ .

$E = S_{(AD)}(O)$  ;  $I = S_C(B)$  ;  $(AE) \cap (BC) = \{J\}$  et  $k$  le milieu de  $[IJ]$ .

1°/ faire un schéma .

2°/ a) Montrer qu'il existe une unique rotation  $R$  tel que tels que  $R(A) = C$  et  $R(E) = O$ .

b) Déterminer l'angle et le centre de la rotation .

3°/ a) Déterminer  $R(AB)$  et  $(BD)$ .

b) En déduire  $R(B) = I$

4°/ Soit  $R'$  une rotation d'angle  $-\frac{\pi}{2}$  tel que  $R'(J) = E$  et  $R'(E) = I$ .

a) Déterminer  $R' \circ R'(J)$ .

b) Déduire que  $K$  est le centre de  $R'$ .

5°/ Qu'elle est la nature de  $R \circ R'$  justifier votre réponse .

### Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  On considère les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives :  $Z_A = -1 - i$ ,  $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$  et  $Z_C = \sqrt{3} - i$ .

1°/ a) Placer les points ,  $B$  et  $C$  .

b) Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle .

c) Donner l'écriture cartésienne des nombres complexes  $Z_A^2$  et  $\frac{Z_A}{Z_B}$ .

3/ a) Montrer que  $OB = OC$  .

b) Déterminer la mesure principale de l'angle  $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB})$ .

c) En déduire que  $B$  est l'image de  $C$  par une rotation que l'on précisera .

4°/ Déterminer et construire les ensembles suivants :

$E = \{M(Z) \in P \text{ tel que } |Z + 1 + i| = 2\}$ .

$F = \{M(Z) \in P \text{ tel que } |iZ + \sqrt{3} + i| = |\sqrt{3} - i|\}$ .

### Exercice 3 :

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$  . On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

( unité 2 cm ) .

1°/ a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  . Interpréter graphiquement ce résultat .

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et Interpréter graphiquement ce résultat .  
2°/ a) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que pour tout réel ,

$$f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x^2+1}} .$$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$

3°/ a) Déterminer une équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse 0 .

b) Etudier la position de  $T$  par rapport à  $C_f$  .

c) Tracer  $T$  et  $C_f$  .

4°/ Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = f(|x|) + 1$

a) Etudier la parité de  $g$  .

b) Montrer que la courbe de  $g$  se déduit de la courbe de  $f$  par une transformation que l'on précisera .

c) Tracer dans le même repère et avec une autre couleur la courbe de  $g$  .