

EXERCICE N: 1 (8 points)

A) Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $R (O , \vec{u} , \vec{v})$ (Unité : 2 cm).

A , B et C les points d'affixes respectives : $Z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $Z_B = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$ et $Z_C = -\sqrt{3} + i$.

1) Déterminer la nature des ensembles suivants :

$$\Delta = \{ M \in P \text{ d'affixes } Z \text{ telles que : } |Z - \sqrt{2} - i\sqrt{2}| = |Z| \}$$

$$\Gamma = \{ M \in P \text{ d'affixes } Z \text{ telles que : } |i\bar{Z} - 1 + i\sqrt{3}| = 2 \}$$

2) a) Ecrire Z_A , Z_B et Z_C sous forme trigonométrique .

b) Dédire que les points **A , B et C** appartiennent au cercle (\mathcal{C}) de centre **O** et de rayon 2 .

c) Placer les points **A , B et C** dans le repère R .

3) Déterminer l'affixe Z_D du point **D** pour lequel **ABCD** soit un parallélogramme .

B) On donne le nombre complexe $U = Z_B \cdot Z_C$.

1) Ecrire **U** sous la forme cartésienne .

2) Ecrire **U** sous la forme trigonométrique .

3) Dédire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$, $\sin \frac{7\pi}{12}$ puis $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

EXERCICE N: 2 (5 points)

A) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{4x^2 - 3x}{1-x}$.

1) Dresser le tableau de variations de g .

2) Préciser les extrema de g et leur nature .

B) Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$.

(**Cf**) sa courbe dans le repère orthonormé $R (O , \vec{i} , \vec{j})$.

Soit m un réel de l'intervalle $] 0 ; \frac{3}{4} [$, on note (**T_m**) la tangente à (**Cf**) au point **M** d'abscisse m .

1) Ecrire , en fonction de m , une équation cartésienne de la tangente (**T_m**) .

2) La tangente (**T_m**) coupe l'axe des abscisses au point **N** .

a) Montrer que la distance $ON = -\frac{1}{6} g(m)$.

b) Déterminer le point **N** pour lequel la distance ON est maximale .

EXERCICE N: 3 (7 points)

Soit g la fonction définie sur $[0, \pi]$ par : $g(x) = a \cos 2x + b \cos x - \frac{1}{2}$ où a et b sont deux constantes.

On désigne par **(Cg)** la courbe représentative de g dans un repère orthonormé .

A) 1) Calculer pour tout $x \in [0, \pi]$, $g'(x)$ en fonction de a et b .

2) Déterminer les réels a et b pour lesquels g admette un extremum en $\frac{2\pi}{3}$ égale à -2 .

B) Soit f la fonction définie sur $[0, \pi]$ par : $f(x) = \cos 2x + 2 \cos x - \frac{1}{2}$.

1) Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$, $f(x) = 2 \cos^2 x + 2 \cos x - \frac{3}{2}$.

2) a) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.

b) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'inéquation : $2 \cos x + 1 \geq 0$.

3) a) Montrer que pour tout $x \in [0, \pi]$, $f'(x) = -2 \sin x (1 + 2 \cos x)$.

b) Etudier les variations de f .

c) Déduire le signe de $f(x)$ pour tout $x \in [0, \pi]$.

4) Calculer : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{1}{f(x)}$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \cos 2x + 4 \cos x - 1}{6x - 2\pi}$.