Mathématiques

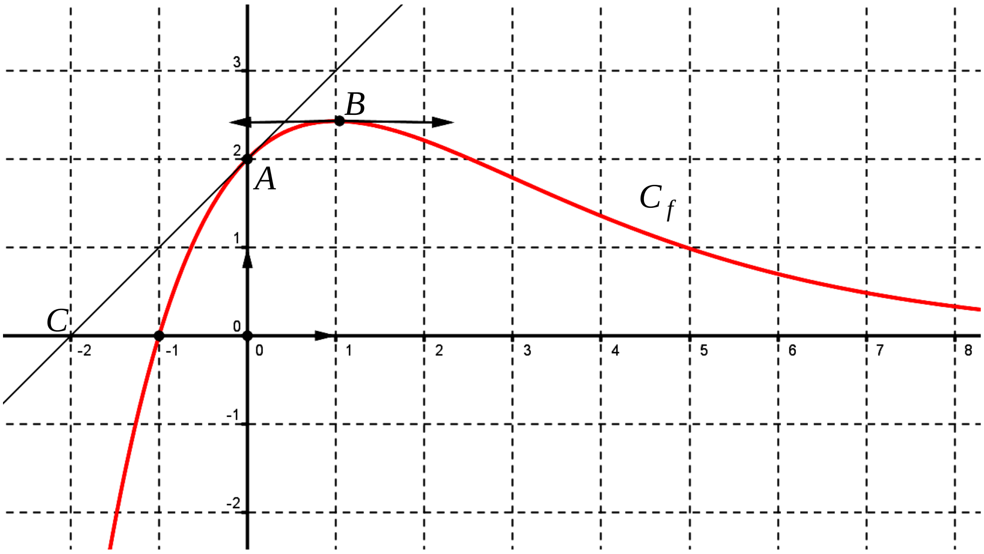
Devoir de Contrôle N° 2 :

3ème Maths : M_{3+1} Date : le 26 / 2 / 2011	Durée : 2heures Coefficient : 4	Enseignants : Belkacem Habib Ghadhab Lassad

Exercice N°1 : 3 points

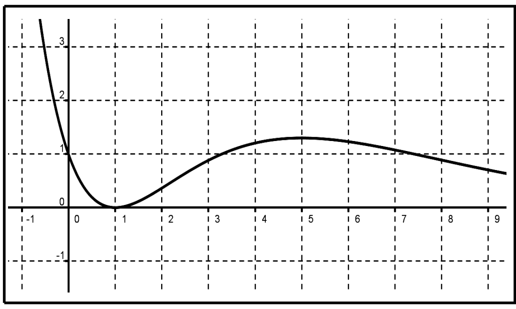
La courbe C_f ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur ℝ. On note f' la dérivée de la fonction f. On sait que :

- la courbe coupe l'axe des ordonnées au point A et la tangente à la courbe au point A passe par le point C de coordonnées $(-2;0)$.
- la courbe admet au point B d'abscisse 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses ;
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe C_f .

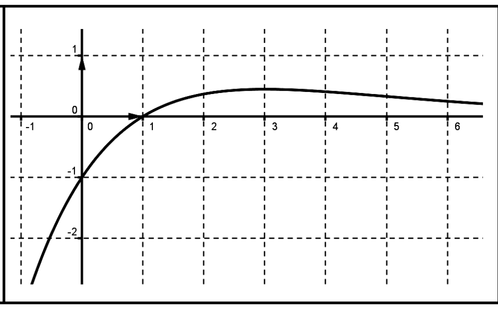


1) A partir du graphique et des renseignements fournis :
   a- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 0,5
   b- Déterminer $f'(0)$ et $f'(1)$. 0,75
2) Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f'. Déterminer laquelle. (Justifier) 0,5

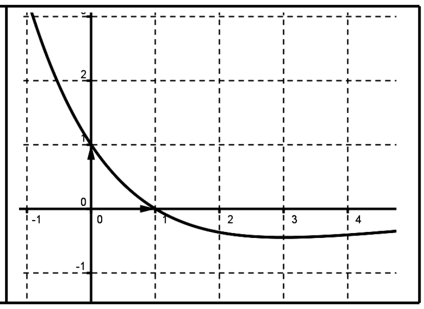
Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3



3) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=[f(x)]^2$.
   a- Exprimer $g'(x)$ pour $x\in IR$. 0,5
   b- Donner le sens de variation de g . 0,75

Exercice N° 2: 4 points

On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{4Sin2x}{2Cos2x-1}$.

1) $a-$ Résoudre dans $[0,\pi]$ l'équation : $2Cos2x-1=0$. 0,5

$b-$ Résoudre dans $[0,\pi]$ l'inéquation : $f(x)\geq 0$. 1

2) Montrer que pour tous réels a et b différents de $\dfrac{\pi}{2}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}$,

$$Tan(a)+Tan(b)=\frac{Sin(a+b)}{Cosa\ Cosb}$$ 0,5

3) Soit $x\in\left]-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right[$.

$a-$ En utilisant la question2), démontrer que $f(x)=Tan\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+Tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$. 0,75

$b-$ Exprimer $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ en fonction de $Tan\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$. 0,25

$c-$ En déduire que : $Tan\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=\sqrt{3}+2$. 1

Exercice N° 3: 3 points

R $=\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan.

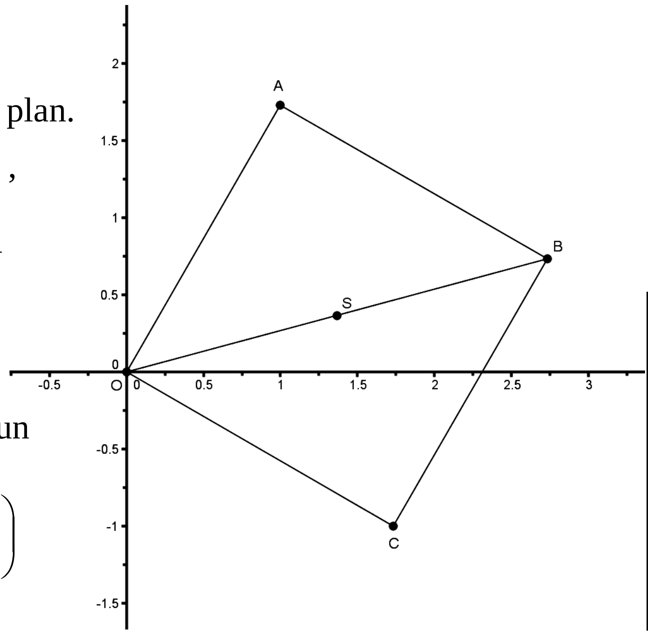
$OABC$ est un carré de centre S tel que $OA=2$,

$\left(\widehat{\vec{i},\overrightarrow{OA}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$ et $C\left(\sqrt{3},-1\right)$ dans le repère R

1) Déterminer les cordonnées cartésiennes des points A et B 1

2) Déterminer les cordonnées polaires de chacun des points C, B et S. 1,25

3) En déduire la valeur de $Cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $Sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ 0,75



Exercice N° 4: 5 points

Dans un plan orienté $\mathcal{P}$, on considère un triangle équilatéral direct ABC. On note I le milieu de $[BC]$

Soit $r_1=R_{\left(A,\frac{\pi}{3}\right)}$ la rotation de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$,

et par $r_2=R_{\left(B,\frac{-2\pi}{3}\right)}$ la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{-2\pi}{3}$.

Soit D le symétrique de A par rapport à I.

1) a – Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$. 0,5
   b – Montrer que $r_2(A) = D$ 0,5

2) Soit $B' = r_2(C)$. Montrer que B est le milieu de $[AB']$. 0,5

3) On pose $f = r_2 \circ r_1^{-1}$.
   a – Montrer que $S_{(AB)} \circ S_{(AI)} = r_1^{-1}$ (r_1^{-1} est la réciproque de r_1) 0,5
   b – Montrer que $S_{(BC)} \circ S_{(BA)} = r_2$ 0,5
   c – En déduire que f est une symétrie centrale dont on précisera le centre. 0,5
   d – Soit $M_1 = r_1(M)$ et $M_2 = r_2(M)$ 0,5
   Montrer que I est le milieu de $[M_1M_2]$.

4) a – Construire le point E tel que $r_1(D) = E$. 0,5
   b – Montrer que E, C et B sont alignés. 0,5
   c – En déduire que C est le milieu de $[BE]$. 0,5

Exercice N° 5: 5 *points*

Soit la fonction $f_m : x \mapsto \dfrac{x^2 + 5x + m}{x}$ où m un paramètre réel **non nul**.

On désigne par ζ_m la courbe de f_m dans un repère orthonormé $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a – Montrer que la droite Δ définie par une équation $y = x + 5$ est une asymptote à ζ_m aux voisinages de $+\infty$ et $-\infty$. 0,5
   b – Etudier les variations de f_m suivant les valeurs de m. 1,5
   c – En déduire l'ensemble des réels m tels que f_m admette un minimum et un maximum. 0,5

2) Soient M et N les points de ζ_m correspondants au maximum et au minimum de f_m.
   a – Calculer les coordonnées de M et N en fonction de m. 0,5
   b – Déterminer l'ensemble de ces points lorsque m varie. 0,5

3) Dresser le tableau de variation de f_1 et tracer sa courbe ζ_1. 1,5