

Devoir de synthèse n°1

Niveau : 2^{ieme} sciences

Exercice n°1 : (5 points)

Soit ABCD un carre de centre O

I) Soit G le barycentre des points pondères (A, 2) et (O, 4)

1) Construire G

2) Montrer que G est le centre de gravite du triangle ABD

II) Soit l'application $f : P \rightarrow P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{M'C} - \overrightarrow{M'D}$$

1) Montrer que f est une translation de vecteur \overrightarrow{DC}

2) Déterminer f(D) et f(A)

3) Soit O' le symetrique de O par rapport à (BC)

Montrer que $f(O) = O'$

4) Soit G' le point définie par : $\overrightarrow{G'B} = -2\overrightarrow{G'O'}$

Montrer que ABG'G est un parallélogramme

5) Soit ζ le cercle circonscrit au triangle BCD

Déterminer et construire : $\zeta' = f(\zeta)$

6) La droite (AB) recoupe ζ' en un point H

Montrer que G' est le centre de gravité du triangle BCH

Exercice n°2 : (4 points)

1) x et y sont deux chiffres

a) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2791y27y91 par 11

b) Déterminer x et y pour que

Le nombre 2975xy5 soit divisible par 25 et 11. Justifier

2) Soit n un entier naturel

a) Prouver que $2n^2 + 7 = 2(n - 4)(n + 4) + 39$

b) En déduire les entiers naturels n tel que n-4 divise $2n^2 + 7$

3) Soit $a = 4n+3$ et $b = 3n + 2$ où n est un entier naturel

Montrer que le rationnel $\frac{a}{b}$ est irréductible

Exercice n°3 : (8 points)

1) Résoudre dans \mathbb{R} : $x^2 + 5x + 4 = 0$

2) Soit le polynôme P définie sur \mathbb{R} par $P(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$

a) Vérifier que 1 est une racine de P

b) Déterminer le polynôme R tel que pour tout réel x , $P(x) = (x-1)R(x)$

3) Soit le polynôme Q définie sur \mathbb{R} par

$$Q(x) = 2x^4 + 15x^3 + 30x^2 + 5x - 12$$

a) Montrer que Q est factorisable par $(x+1)(x+4)$

b) Déterminer les réels a , b et c tel que

$$\text{pour tout réel } x, Q(x) = (x+1)(x+4)(ax^2 + bx + c)$$

c) Résoudre dans \mathbb{R} : $Q(x) = 0$

4) Soit la fonction rationnelle définie par : $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

a) Déterminer D le domaine de définition de f

b) Montrer que pour tout x de D , $f(x) = \frac{x-1}{2x^2+5x-3}$

c) Résoudre dans \mathbb{R} : $f(x) < 0$

Exercice n°4 : (3 points)

On vous donne la figure ci-contre :

On considère l'homothétie h qui envoie

A sur N et B sur P

Cocher la réponse correcte. Justifier

1) Le centre de h est le point

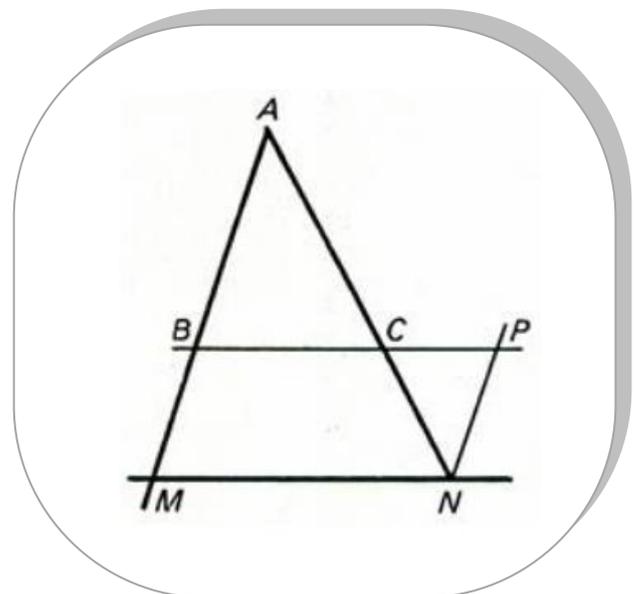
a) C b) A c) B

2) le rapport de h est

a) $\frac{PN}{BA}$ b) $-\frac{AB}{PN}$ c) $-\frac{PN}{AB}$

3) L'image de la droite (BC) par h est la droite

a) (BC) b) (MN) c) (PN)



BON TRAVAIL