

## Devoir de synthèse n°1

Niveau : 2<sup>ieme</sup> sciences

### Exercice n°1 : ( 5 points )

Soit ABCD un carre de centre O

I) Soit G le barycentre des points pondères (A, 2) et (O, 4)

1) Construire G

2) Montrer que G est le centre de gravite du triangle ABD

II) Soit l'application  $f : P \rightarrow P$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{M'C} - \overrightarrow{M'D}$$

1) Montrer que f est une translation de vecteur  $\overrightarrow{DC}$

2) Déterminer f(D) et f(A)

3) Soit O' le symetrique de O par rapport à (BC)

Montrer que  $f(O) = O'$

4) Soit G' le point définie par :  $\overrightarrow{G'B} = -2\overrightarrow{G'O'}$

Montrer que ABG'G est un parallélogramme

5) Soit  $\zeta$  le cercle circonscrit au triangle BCD

Déterminer et construire :  $\zeta' = f(\zeta)$

6) La droite (AB) recoupe  $\zeta'$  en un point H

Montrer que G' est le centre de gravité du triangle BCH

### Exercice n°2 : ( 4 points )

1) x et y sont deux chiffres

a) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2791y27y91 par 11

b) Déterminer x et y pour que

Le nombre 2975xy5 soit divisible par 25 et 11. Justifier

2) Soit n un entier naturel

a) Prouver que  $2n^2 + 7 = 2(n - 4)(n + 4) + 39$

b) En déduire les entiers naturels n tel que n-4 divise  $2n^2 + 7$

3) Soit  $a = 4n+3$  et  $b = 3n + 2$  où n est un entier naturel

Montrer que le rationnel  $\frac{a}{b}$  est irréductible

### Exercice n°3 : ( 8 points )

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $x^2 + 5x + 4 = 0$

2) Soit le polynôme  $P$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $P(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$

a) Vérifier que 1 est une racine de  $P$

b) Déterminer le polynôme  $R$  tel que pour tout réel  $x$ ,  $P(x) = (x-1)R(x)$

3) Soit le polynôme  $Q$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$Q(x) = 2x^4 + 15x^3 + 30x^2 + 5x - 12$$

a) Montrer que  $Q$  est factorisable par  $(x+1)(x+4)$

b) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tel que

$$\text{pour tout réel } x, Q(x) = (x+1)(x+4)(ax^2 + bx + c)$$

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $Q(x) = 0$

4) Soit la fonction rationnelle définie par :  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

a) Déterminer  $D$  le domaine de définition de  $f$

b) Montrer que pour tout  $x$  de  $D$ ,  $f(x) = \frac{x-1}{2x^2+5x-3}$

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $f(x) < 0$

### Exercice n°4 : ( 3 points )

On vous donne la figure ci-contre :

On considère l'homothétie  $h$  qui envoie

$A$  sur  $N$  et  $B$  sur  $P$

Cocher la réponse correcte. Justifier

1) Le centre de  $h$  est le point

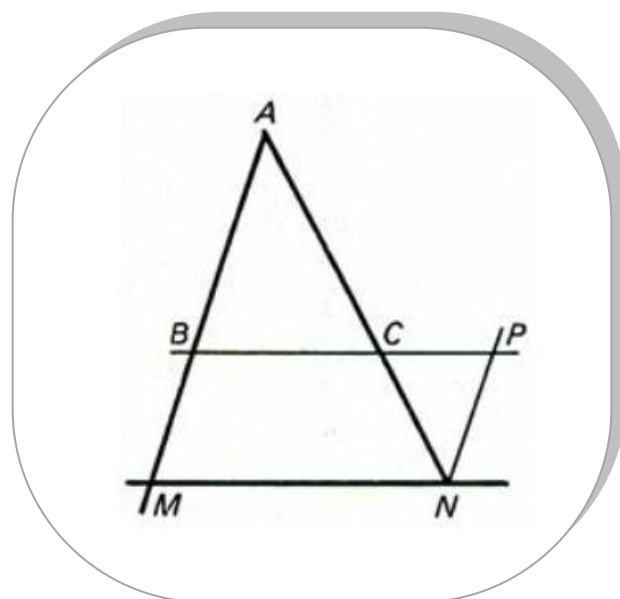
a)  $C$                       b)  $A$                       c)  $B$

2) le rapport de  $h$  est

a)  $\frac{PN}{BA}$                       b)  $-\frac{AB}{PN}$                       c)  $-\frac{PN}{AB}$

3) L'image de la droite  $(BC)$  par  $h$  est la droite

a)  $(BC)$                       b)  $(MN)$                       c)  $(PN)$



**BON TRAVAIL**