

Lycée : Souassi	<i>Devoir de Contrôle N°1</i>	Professeur : Fligène Wissem
Date : 19/10/2010		Epreuve : Mathématiques
Classe : 2 S <sub>1</sub>		Durée : 1 heure

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

**Exercice 1** : (2 points)

Une mère de 37 ans a trois enfants âgés de 8, 10 et 13 ans.

Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

**Exercice 2** : (6 points)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$1) \frac{3x-1}{x} = \frac{3x}{x-2}$$

$$2) \sqrt{5x-4} > \sqrt{x+1}$$

$$3) \sqrt{|2x-4|} = 6$$

**Exercice 3** : (4 points)

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire les points E et F tels que  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$
- 2) Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont colinéaires
- 3) On désigne par I et J les milieux respectifs des segments  $[BC]$  et  $[EF]$ 
  - a) Montrer que  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$
  - b) En déduire que les points A, I et J sont alignés

**Exercice 4** : (8 points)

Soit  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan. (**Aucun schéma n'est demandé**)

On considère les points  $A(0, 4)$  ;  $B(-2, 0)$  et  $C(6, 1)$ .

- 1) Montrer que  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  est une base de l'ensemble des vecteurs du plan
- 2)
  - a) Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont orthogonaux.
  - b) Déduire la nature du triangle ABC.
- 3) Soit  $D(-6, 7)$ . Les points A, C et D sont-ils alignés ?
- 4)
  - a) Calculer les distances BC et BD
  - b) Déduire que le point B appartient à la médiatrice du segment  $[CD]$ .

## Correction

### Exercice 1 :

Soit  $x$  le nombre d'années donc  $x \in \mathbb{N}$

L'équation du problème est :  $37 + x = (8 + x) + (10 + x) + (13 + x)$  (1 pt)

Donc  $37 + x = 3x + 31$  sig  $2x = 6$  sig  $x = 3$  (1 pt)

### Exercice 2 :

1)  $\frac{3x-1}{x} = \frac{3x}{x-2}$ . Cette équation existe ssi  $x \neq 0$  et  $x \neq 2$  (0,5 pt)

$$(3x-1)(x-2) = 3x^2 \text{ sig } 3x^2 - 6x - x + 2 = 3x^2 \text{ sig } -7x = -2 \text{ sig } x = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{2}{7} \right\} \text{ (1,5 pt)}$$

2)  $\sqrt{5x-4} > \sqrt{x+1}$ . Cette inéquation existe ssi  $5x-4 \geq 0$  et  $x+1 \geq 0$  ssi  $x \geq \frac{4}{5}$  et  $x \geq -1$   
ssi  $x \in \left[ \frac{4}{5}, +\infty \right[ \cap [-1, +\infty[$  ssi  $x \in \left[ \frac{4}{5}, +\infty \right[$  (1 pt)

$$\left( \sqrt{5x-4} \right)^2 > \left( \sqrt{x+1} \right)^2 \text{ sig } 5x-4 > x+1 \text{ sig } 4x > 5 \text{ sig } x > \frac{5}{4}$$

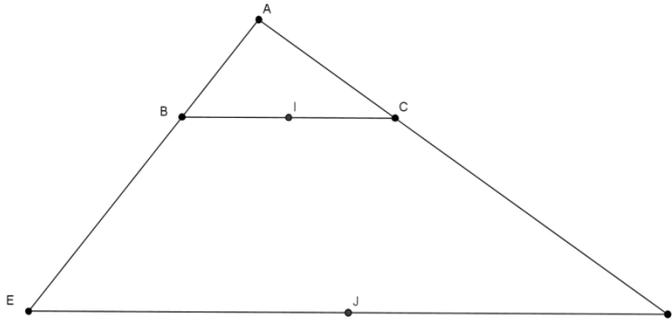
$$S_{\mathbb{R}} = \left] \frac{5}{4}, +\infty \right[ \cap \left[ \frac{4}{5}, +\infty \right[ = \left] \frac{5}{4}, +\infty \right[ \text{ (1 pt)}$$

3)  $\sqrt{|2x-4|} = 6$  sig  $\left( \sqrt{|2x-4|} \right)^2 = 6^2$  sig  $|2x-4| = 36$  sig  $2x-4 = 36$  ou  $2x-4 = -36$  sig  
 $2x = 40$  ou  $2x = -32$  sig  $x = 20$  ou  $x = -16$

$$S_{\mathbb{R}} = \{20, -16\} \text{ (2 pt)}$$

### Exercice 3 :

1) (1pt)



2)  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC} = 3(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = 3\overrightarrow{BC}$  donc  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont colinéaires (1pt)

3) a)  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = 3(2\overrightarrow{AI})$  ( $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$  puisque  $I = B * C$ )

donc  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$  (1pt)

b) Puisque  $J = E * F$  alors  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AJ}$  et comme  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$  alors  $2\overrightarrow{AJ} = 6\overrightarrow{AI}$  donc  $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AI}$  d'où A, I et J sont alignés (1pt)

### Exercice 4 :

1)  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$  donc  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = (-2) \times (-3) - (-4) \times 6 = 6 + 24 = 30 \neq 0 \text{ donc } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AC} \text{ ne sont pas colinéaires d'où } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

est une base de l'ensemble des vecteurs du plan (2 pt)

2) a)  $(-2) \times 6 + (-4) \times (-3) = -12 + 12 = 0$  donc  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$  (1,5 pt)

b) ABC est un triangle rectangle en A (0,75 pt)

3)  $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$  alors  $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$  donc  $\overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires (ils sont opposés plus exactement) donc A, C et D sont colinéaires (1,5 pt)

4) a)  $BC = \sqrt{(6+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{65}$  (0,75 pt)

$$BD = \sqrt{(-6+2)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{65} \text{ (0,75 pt)}$$

b)  $BC = BD$  donc B appartient à la médiatrice du segment  $[CD]$  (0,75 pt)