# DEVOIR DE SYNTHESE NI (MATHEMATIQUES)

## 2ème SC1 (2h)

EXERCICE I ( 4points ) VRAI ou FAUX ? ( en justifiant )

1) P est polynome tel que pour tout réel x, P( - x ) = P( x ) . Si $\alpha$ est une racine de P , alors $-\alpha$ est aussi racine de P .
2) n est un entier naturel supérieur ou égal à 2 , $(x+1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$ se factorise par x ( x+ 1 ) ( 2 x + 1 )
3) Deux polynomes qui ont éxactement les memes racines sont égaux
4) L ' equation $x^3 + x - 2 = 0$ admet trois solutions réelles

EXERCICE II ( 3points ) trouver la bonne réponse en justifiant

$$x^2 = \left(\sqrt{3} - 2\right)x - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

- ○ n'a aucune solution
- ○ a une unique solution
- ○ a deux solut□ons distinct

(2)

$$\frac{-x^2 + x - 1}{2x^2 - x} \geqslant 0$$

- ○ $S = ]-\infty;0[ \cup \left]\frac{1}{2};\infty\right[$
- ○ $S = \left]0;\frac{1}{2}\right[$
- ○ $S = \varnothing$

EXERCICE III ( 5 points)

On donne un rectangle ABCD du plan dont les cotés AB = a et BC = b. Pour m réel non nul , on note $G_m$ le barycentre du systeme de points pondérés { ( A , m ) ; ( B , - 1) ; ( C, 1 ) }

1) P lacer les points $G_1$ , $G_2$ et $G_{-2}$
2) –a- Montrer que les points $G_m$ appartiennent à la droite ( AD )

   -b- Lorsque m décrit IR , l' ensemble des points $G_m$ est – il la droite (AD ) ?

3) – a- Quel est l' ensemble (E ) des points M du plan tels que :
$\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = \sqrt{a^2 + b^2}$

-b- Construire ( E )

4) Est-ce que l' aire du triangle $G_mBC$ dépend de $m$ ?

EXERCICE IV ( 4 points )

Soit P le polynôme défini sur ℝ par :

$P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

On cherche à factoriser P .

1. Calculer P(− 3) .
2. Déterminer les réels a , b , c et d tels que pour tout réel x : $P(x) = (x + 3)(ax^3 + bx^2 + cx + d)$
3. Soit Q le polynôme défini sur ℝ par : $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ . Calculer Q(4) .
4. En déduire une factorisation du polynôme Q .
5. En déduire finalement le forme la plus factorisée possible du polynôme P .

EXERCICEIV ( 4 points)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 3 et AC = 2.

Soit ( C ) et ( C' ) deux cercles isométriques de rayon r = 2 et de centres respectifs C et B les cercles ( C ) et ( C' ) sonts sécants en A et D

1) Soit l' application f de P dans P qui au point M associe le point $M'$ tel que : $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ . Montrer que f est une translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$
2) Construire les points E et F définie par E = $t_{\overrightarrow{CB}}$ ( A ) et D = $t_{\overrightarrow{CB}}$ ( F )

3) Vérifier que $(C') = t_{\overrightarrow{CB}}(C)$ et que $E \in (C')$

4) La droite parallèle à (AD) passant par E recoupe le cercle (C') en K.

a-)Déterminer $t_{\overrightarrow{CB}}$ (AD)

b- )Montrer que $t_{\overrightarrow{CB}}(D) = K$

c -) Endéduire que D est le mil**ieu** de **[KF]**