

CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la réponse correcte.

Questions	Réponses
1. Le seul indicateur d'une série statistique qui n'apparaît pas dans un diagramme en boîte est	<input type="checkbox"/> la médiane <input checked="" type="checkbox"/> la moyenne <input type="checkbox"/> le troisième quartile
2. La formule $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{N}$ désigne	<input type="checkbox"/> la médiane <input type="checkbox"/> le premier quartile <input checked="" type="checkbox"/> la moyenne
3. Soit (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) un repère orthonormé d'un plan \mathcal{P} . Si $E(2\sqrt{2}; 0)$ et $F(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ alors la distance EF est égale à	<input type="checkbox"/> $10\sqrt{2}$ <input type="checkbox"/> $2\sqrt{2}$ <input checked="" type="checkbox"/> $2\sqrt{10}$

Exercice 2 (7 points)

1. Remplissage du tableau :

x_k	0	1	2	3	5	6	7	8	11	12	13	14	16	18	19
n_k	2	3	8	4	1	2	1	1	2	1	1	2	8	5	3
F	4,5	6,8	18,2	9,1	2,3	4,5	2,3	2,3	4,5	2,3	2,3	4,5	18,2	11,4	6,8
Ecc	2	5	13	17	18	20	21	22	24	25	26	28	36	41	44
Ecd	44	42	39	31	27	26	24	23	22	20	19	18	16	8	3

Explications du calculs des fréquences en pourcentages, des fréquences cumulés croissants et des fréquences cumulés décroissants :

$$f_i = \frac{n_i}{N} \times 100 \implies f_1 = \frac{n_1}{N} \times 100 = \frac{2}{44} \times 100 \simeq 4,5$$

Ecc de la note $x = 6$, on a : 20 est le nombre d'élèves ayant eu une note ≤ 6 .

Ecd de la note $x = 6$, on a : 26 est le nombre d'élèves ayant eu une note ≥ 6 .

2. a) C'est une série à caractère quantitatif discret d'effectif total $N = 44$.

b) Population : c'est l'ensemble des 44 élèves de la classe.

Caractère : ce sont les notes des 44 élèves.

3. Le pourcentage des élèves qui ont eu une note strictement supérieure à 8 est :

$$\left(\frac{2 + 1 + 1 + 2 + 8 + 5 + 3}{44} \right) \times 100 = 50 \%$$

4. Cette série admet 2 modes à savoir 2 et 16, l'étendue est : $19 - 0 = 19$.

La moyenne : $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{15} n_i x_i}{N} = \frac{2 \times 0 + 3 \times 1 + 8 \times 2 + \dots + 3 \times 19}{44} = \frac{413}{44}$

$\frac{413}{44} \simeq 9,4$ et donc $\bar{x} \simeq 9,4$. On a : $N = 44$ pair, donc la médiane M_e est telle que

$$M_e = \frac{8 + 11}{2} = 9,5$$

5. Cette série est bimodale car elle admet 2 modes.

6. a) $\underbrace{0011122222 \boxed{2} 2233335667}_{\text{Sous-série inférieure (21 notes)}} 811 \underbrace{11121314141616161616 \boxed{16} 16161818181818191919}_{\text{Sous-série supérieure (21 notes)}}$

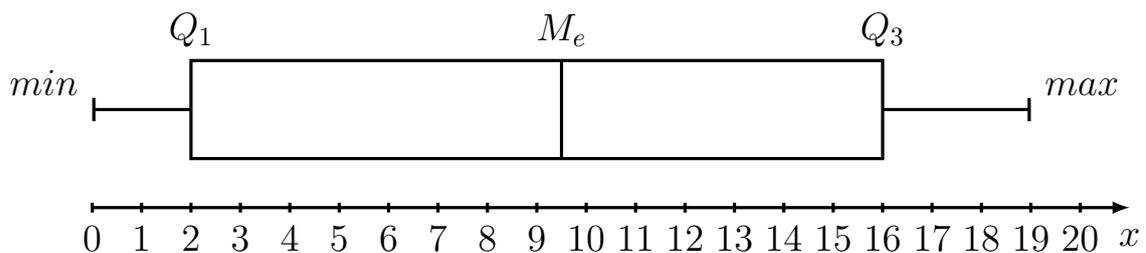
On en déduit alors que : $Q_1 = 2$ et $Q_3 = 16$.

Interprétations des quartiles Q_1 et Q_3 :

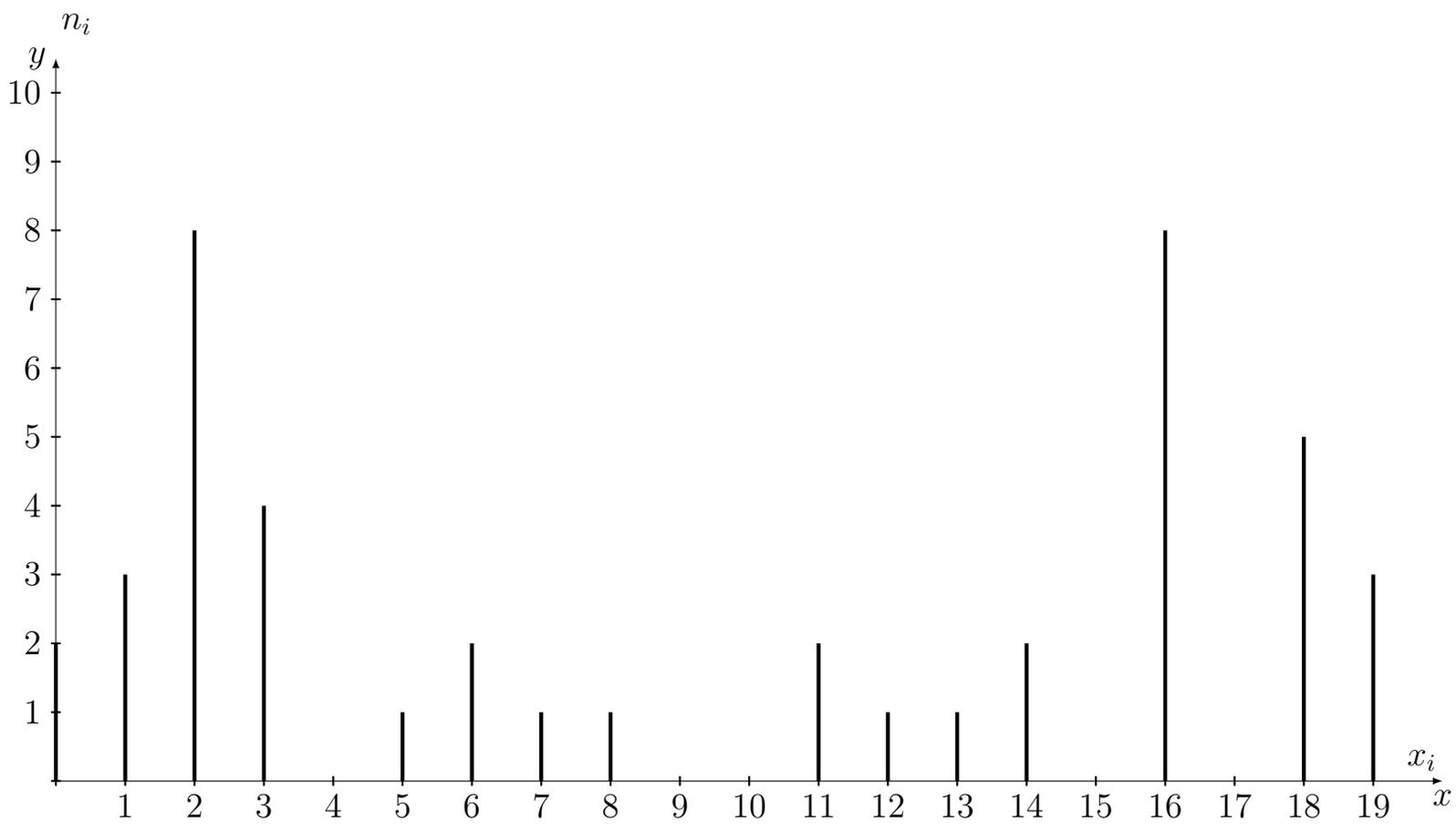
Il y a au moins 25 % des élèves qui ont eu moins de 2 sur 20.

Il y a au moins 75 % des élèves qui ont eu moins de 16 sur 20.

b) Diagramme à moustaches de la série



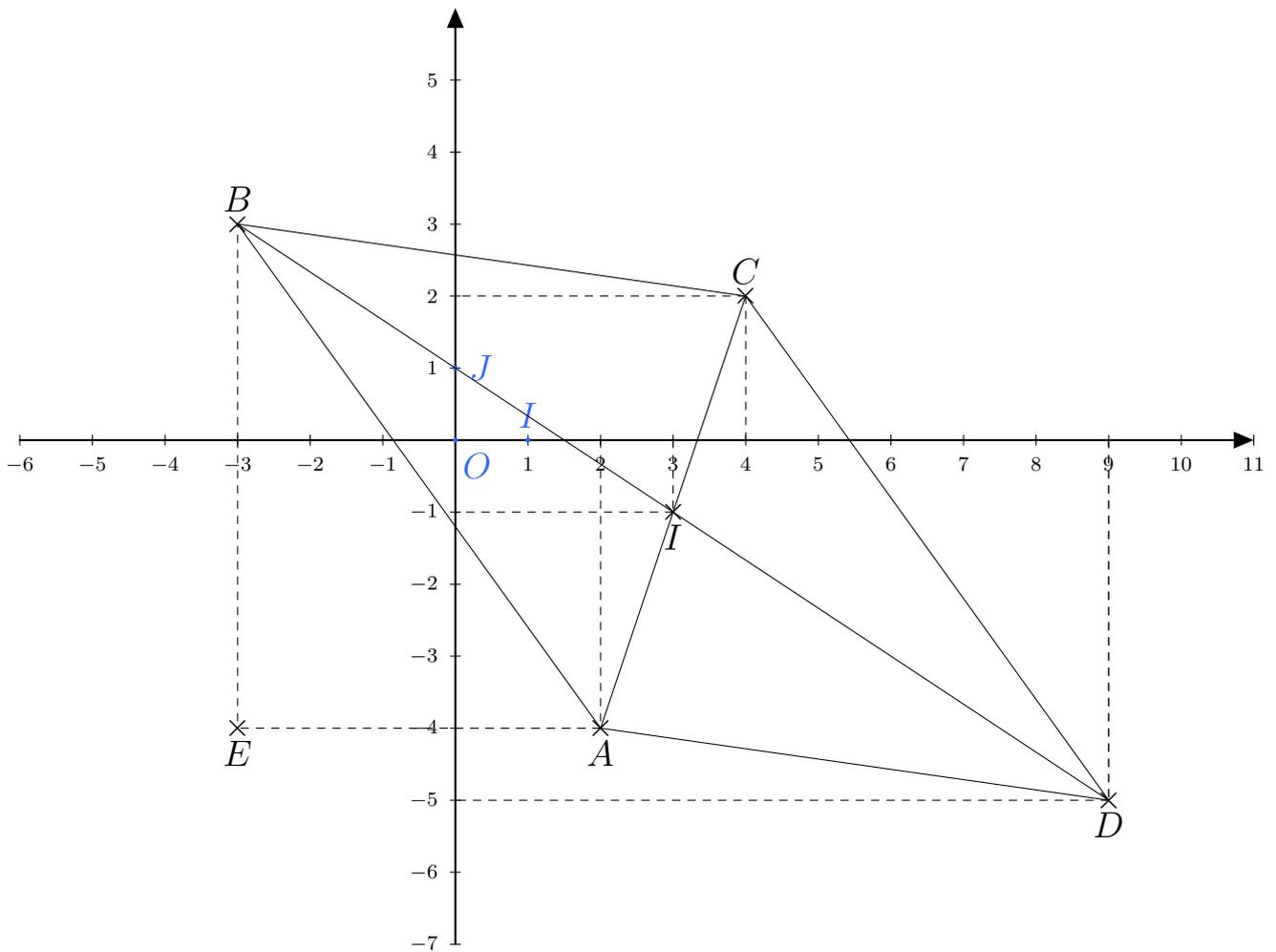
7. Diagramme en bâton de la série



Exercice 3 (7 points)

Le plan \mathcal{P} étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) . On donne les points : $A(2; -4)$, $B(-3; 3)$, $C(4; 2)$ et $I(3; -1)$.

1. On va placer ces points dans le repère (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) .



2. a) Montrons que I est le milieu de $[AC]$.

$$\text{On a : } \frac{x_A + x_C}{2} = 3 = x_I \text{ et } \frac{y_A + y_C}{2} = -1 = y_I$$

donc I est le milieu du segment $[AC]$, autrement dit C est le symétrique de A par rapport à I .

b) On sait que I est le milieu de $[AC]$, de plus on a :

$$\frac{x_B + x_D}{2} = 3 = x_I \text{ et } \frac{y_B + y_D}{2} = -1 = y_I \implies I \text{ est le milieu de } [BD].$$

Conclusion : $ABCD$ est un parallélogramme.

3. a) On a : $\overrightarrow{OE} = -3\overrightarrow{OI} - 4\overrightarrow{OJ} \implies E(-3; -4)$.

$$\text{b) On a : } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{EB} \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$$

c) Dans le triangle ABE , on a :

$$AB = \sqrt{(-5)^2 + 7^2} = \sqrt{74}, \quad AE = \sqrt{(-5)^2 + 0^2} = 5 \quad \text{et} \quad EB = \sqrt{0^2 + 7^2} = 7$$

On a : $74 = 25 + 49 \implies AB^2 = AE^2 + BE^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABE est rectangle en E , autrement dit $\widehat{AEB} = 90^\circ$.

Exercice 4

(3 points)

1. L'équation décrivant cette situation est la suivante : $20x + 2y = 120$.
2. a) On prend $x = 3$ et $y = 30$, on a : $20 \times 3 + 2 \times 30 = 60 + 60 = 120$, donc le couple $(3; 30)$ est une solution de cette équation.
b) On prend $x = 4$ et $y = 19$, on a : $20 \times 4 + 2 \times 19 = 80 + 38 = 118 < 120$, donc Cette personne peut avoir 4 billets de 20 dinars et 19 pièces de 2 dinars dans son portefeuille.