

.....**Exercice 1 : (4 points)**.....

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie (Aucune justification n'est demandée)

1). Soient a et b deux réels inverses, alors  $a^{2009} \times b^{2010} =$

a) a	b) b	c) 1
------	------	------

2). Si  $x \in [-2, 1]$  alors  $\frac{4}{3+x} \in$

a) [1, 4]	b) [-1, 3]	c) [-1, 4]
-----------	------------	------------

3).  $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{5} + 1 =$

a) 0	b) 2	c) $2\sqrt{5}$
------	------	----------------

4). Si x est un angle aigu tel que  $\cos x = \frac{1}{2}$  alors  $\sin x =$

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	c) $\frac{1}{2}$
-------------------------	-------------------------	------------------

.....**Exercice 2 : (6 points)**.....

Soit x un réel tel que  $x \in [1 ; 3]$  et  $a = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$ .

1). a). Donner un encadrement de  $(3x+1)$  et de  $(x^2+1)$ .

b). En déduire que  $\frac{3x+1}{x^2+1} \in [\frac{2}{5} ; 5]$

2). a). Vérifier que  $a = 1 + \frac{3x+1}{x^2+1}$ .

b). En déduire que  $a \in [\frac{7}{5} ; 6]$ .

3). Montrer que  $|a - 6| - \sqrt{16a^2} + |5a - 7| + 1 = 0$ .

**.....Exercice 3 : (5 points).....**

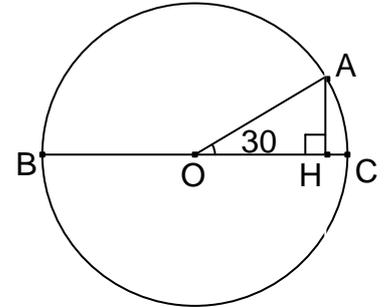
Soit  $(\zeta)$  un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que  $BC = 4$  cm ,

Soit A un point de  $(\zeta)$  tel que  $\widehat{AOC} = 30^\circ$  et H le projeté orthogonal de A sur [BC]

1).a). Montrer que  $AH = 1$

b). Calculer OH

c). Vérifier que  $BH = 2 + \sqrt{3}$



2).a). Montrer que  $\widehat{ABC} = 15^\circ$

b). Montrer que  $\tan(15^\circ) = 2 - \sqrt{3}$

**.....Exercice 4 : (5 points).....**

Dans la figure ci-dessous ABC est un triangle tel que  $AC = 5$  et  $AE = 3$

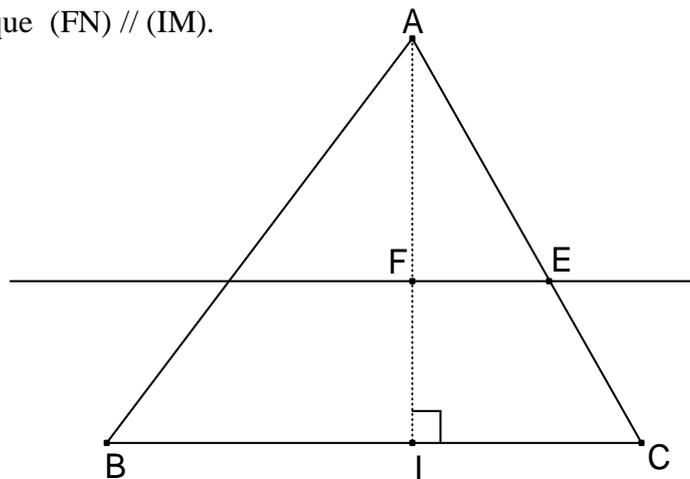
$(AI) \perp (BC)$  et  $(EF) \parallel (BC)$

1). Montrer que  $\frac{AF}{AI} = \frac{3}{5}$

2). (CF) coupe (AB) en M et la parallèle à (CF) passant par E coupe (AB) en N .

a). Montrer que  $\frac{AN}{AM} = \frac{3}{5}$

b). En déduire que  $(FN) \parallel (IM)$ .



**Bon travail**

Exercice 1:

1	2	3	4
b	a	c	a

Exercice 2:

Soit  $x$  un réel tel que  $x \in [1 ; 3]$  et  $a = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$ .

1).a). On a  $x \in [1 ; 3]$  alors  $1 \leq x \leq 3$  alors  $3 \leq 3x \leq 9$  alors  $4 \leq 3x + 1 \leq 10$ .

On a  $x \in [1 ; 3]$  alors  $1 \leq x \leq 3$  alors  $1^2 \leq x^2 \leq 3^2$  alors  $2 \leq x^2 + 1 \leq 10$ .

b). On a  $4 \leq 3x + 1 \leq 10$  et  $2 \leq x^2 + 1 \leq 10$  alors  $\frac{4}{10} \leq \frac{3x+1}{x^2+1} \leq \frac{10}{2}$

alors  $\frac{2}{5} \leq \frac{3x+1}{x^2+1} \leq 5$  donc  $\frac{3x+1}{x^2+1} \in [\frac{2}{5} ; 5]$ .

2).a). On a  $1 + \frac{3x+1}{x^2+1} = \frac{x^2+1+3x+1}{x^2+1} = \frac{x^2+3x+2}{x^2+1} = a$ .

b). On a  $\frac{2}{5} \leq \frac{3x+1}{x^2+1} \leq 5$  alors  $1 + \frac{2}{5} \leq 1 + \frac{3x+1}{x^2+1} \leq 1 + 5$  alors  $\frac{7}{5} \leq a \leq 6$  d'où  $a \in [\frac{7}{5} ; 6]$ .

3). on a  $a \leq 6$  alors  $a-6 \leq 0$  donc  $|a-6| = (6-a)$  et on a  $a \geq \frac{7}{5}$  alors  $5a \geq 7$  donc  $5a-7 \geq 0$

alors  $|5a-7| = (5a-7)$  et on a  $\sqrt{16a^2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{a^2} = 4|a| = 4a$  (car  $|a| = a$  puisque  $a \geq 0$ ).

On obtient  $|a-6| - \sqrt{16a^2} + |5a-7| + 1 = (6-a) - 4a + (5a-7) + 1 = -5a + 5a + 7 - 7 = 0$ .

Exercice 3:

1).a). Dans le triangle HOA rectangle en H on a  $\sin(\widehat{AOH}) = \frac{AH}{OA}$

sig AH =  $\sin(\widehat{AOH}) \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

b). Dans le triangle HOA rectangle en H on a  $\cos(\widehat{AOH}) = \frac{OH}{OA}$

sig OH =  $\cos(\widehat{AOH}) \cdot OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$ .

c). On  $O \in [BH]$  alors  $BH = BO + OH = 2 + \sqrt{3}$ .

2).a). On a  $\widehat{ABC}$  est un angle inscrit dans le cercle ( $\zeta$ ) et  $\widehat{AOC}$  est l'angle au centre associé à

$$\widehat{ABC} \text{ donc } \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{AOC} = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ.$$

$$\text{b). } \tan(15^\circ) = \tan(\widehat{AOC}) = \tan(\widehat{AOH}) = \frac{AH}{BH} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{(2-\sqrt{3})}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{(2-\sqrt{3})}{1} = 2 - \sqrt{3}.$$

**Exercice 4:**

1). Dans le triangle AIC on a  $E \in (AC)$  et  $F \in (AI)$  et  $(EF) \parallel (BC)$  alors d'après théorème de

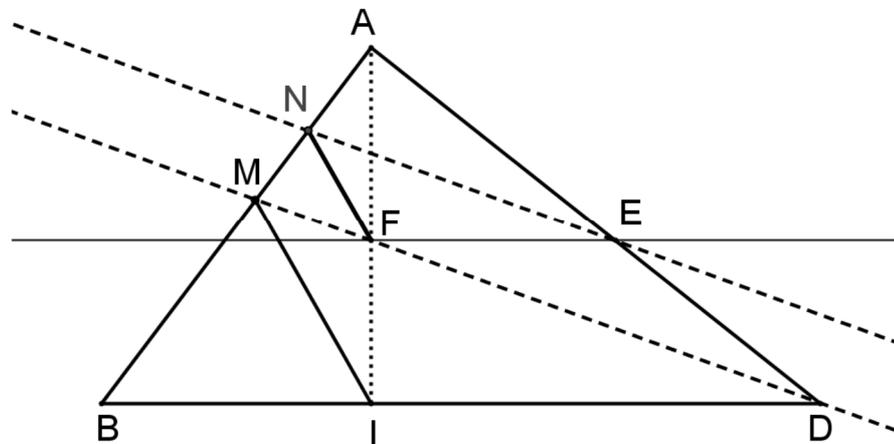
$$\text{Thalès on a } \frac{AF}{AI} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$$

2).a). Dans le triangle AMC on a  $N \in (AM)$  et  $E \in (AC)$  et  $(EN) \parallel (MC)$  alors d'après

$$\text{théorème de Thalès on a } \frac{AN}{AM} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}.$$

b). Dans le triangle AMI on a  $N \in [AM]$  et  $F \in [AC]$  et  $\frac{AN}{AM} = \frac{AF}{AI} = \frac{3}{5}$  alors  $(FN) \parallel (IM)$

( D'après la réciproque du théorème de Thalès ).



**Bon travail**