LYCE IBN ARAFA CHEBIKA PROF : ROMMANI.FAHMI	DEVOIR DE SYNTHESE N°1 DE MATHEMATIQUES	CLASSE : 1A 2015/2016 DUREE : 45 minute

99826467

EXERCICE N°1 (3 points)

Choisir la bonne réponse :

1/ $si\ -3 \leq x \leq 2\ alors$:

a) $\frac{1}{6} \leq \frac{1}{x+4} \leq 1$ b) $-1 \leq \frac{1}{x+4} \leq 0$ c) $-3 \leq \frac{1}{x+4} \leq -2$.

2) $(\cos x + \sin x)^2 =$

a) 1 b) $1 + \cos(x).\sin(x)$ c) $1 + 2\cos(x).\sin(x)$

3) *Le nombre* 123456789123 *est* :

a) *pair* b) *premier* c) *divisible par* 3

4) *Le* $pgcd(200\,;\,320) =$

a) 45 b) 40 c) 55

5) *L'ensemble* $E = \{x \in \mathbb{R}\ tel\ que : 0 < 2.x + 2 \leq 4\}$ *est l'intervalle* :

a) $]-1;1]$ b) $]-1;1[$ c) $[-1;1]$

6) $\sqrt{105 - \sqrt{29 - \sqrt{13 + \sqrt{|1-10|}}}} =$

a) 20 b) 10 c) 12

EXERCICE N°2 (4 points)

Soit a un entier naturel non nul .

1/ *Pour quelles valeurs de n le nombre* $\frac{25}{2+\sqrt{n}} \in \mathbb{N}$.

2/ *Donner l'écriture scientifique du nombre* $x = 324,1.105$.

3/ a) *Montrer que* : $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

b) *En déduire que* : $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = 9$.

EXERCICE N°3 (4 points)

Soit x un réel . Soit $A = (x^2 - 4).(2x+1) + (x-2)^2.(x+2)$.

$1/$ ***Calculer la valeur de A pour*** $x = 4.\cos(60°)$.

$2/$ ***Développer et simplifier A*** .

$3/$ ***Montrer que*** : $A = (x-2).(x+2).(3x-1)$.

$4/$ ***Pour quelles valeurs de x on a*** : $A = 0$.

<u>EXERCICE N°4 (4 points)</u>

Soit x un angle aigu.

$1/$ ***Montrer que*** : $(1-\cos(x))(1+\cos(x)) = \sin^2(x)$.

$2/$ ***Montrer que*** : $\cos(x).\tan(x) = \sin(x)$.

$3/$ ***Simplifier*** $B = (\cos(x)-\sin(x))^2 + 2\sin(x).\cos(x)$.

<u>EXERCICE N°5 (5 points)</u>

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 2$, $BC = 4$ ***et*** $AC = 2.\sqrt{3}$.

$1/$ ***Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.***

$2/$ a) ***Calculer*** $\tan(\widehat{ABC})$.

b) ***En déduire l'angle*** $\widehat{ABC}$.

$3/$ ***Soit H le projeté orthogonal de A sur*** (BC).

Calculer AH , BH et CH .

$4/$ ***Soit K le milieu de*** [BC] .

Calculer cos ($\widehat{KAC}$) .

CORRECTION :

EXERCICE N° 1 :

1/ a) 2/ c) 3/ c) 4/ b) 5/ a) 6/ b)

EXERCICE N° 2 :

$1/ \frac{25}{2+\sqrt{n}} \in \mathbb{N}$ ***signifie*** $(2+\sqrt{n}) \in D_{25} = \{1;5;25\}$

signifie $\sqrt{n} \in \{3;23\}$

signifie $n \in \{9;529\}$.

$2/\ l'\text{écriture scientifique de } 324{,}1.105 \text{ est } 3{,}241105.10^2.$

3/ a) $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{1.(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\cancel{n}+1-\cancel{n}} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

b)

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ \ldots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = \cancel{\sqrt{2}} - \sqrt{1} + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{2}} + \cdots + \sqrt{100} - \cancel{\sqrt{99}}$$

$$= \sqrt{100} - \sqrt{1} = 10 - 1 = 9$$

EXERCICE N°3 (4 points)

1/ si $x = 4.cos(60°) = 4.\frac{1}{2} = 2\ alors\ A = (2^2-4).(4+1)+(2-2)^2.(2+2) = 0.$

$2/\ A = (x^2-4).(2x+1)+(x-2)^2.(x+2).$

$= x^2.2x + x^2.1 - 4.2x - 4.1 + (x^2 - 2.2x + 1^2).(x+2)$

$= 2.x^3 + x^2 - 8x - 4 + x^3 + 2.x - 4.x^2 - 8x + x + 2$

$= 3.x^3 - 3.x^2 - 13.x - 2.$

$3/\ A = (x-2).(x+2).(3x-1)$

$= (x^2-2^2).(2x+1)+(x-2)^2.(x+2)$

$= (x-2).(x+2).(2x+1)+(x-2)^2.(x+2)$

$= (x-2).(x+2).[2x+1+x-2]$

$= (x-2).(x+2).(3x+1)\ .$

$4/\ A = 0\ sig\ (x-2).(x+2).(3x+1) = 0$

$sig(x-2) = 0\ ou\ (x+2) = 0\ ou(3x+1) = 0$

$sig\ x = 2\ ou\ x = -2\ ou\ x = \frac{-1}{3}$

EXERCICE N°4 (4 points)

On rappelle que : $cos^2(x) + sin^2(x) = 1.$

1/ $\big(1-cos(x)\big)\big(1+cos(x)\big) = 1 - cos^2(x) = sin^2(x)$

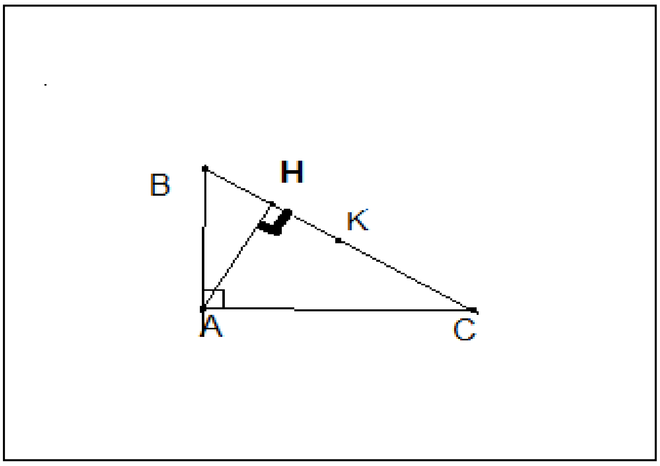
$2/\ cos(x).tan(x) = \cancel{cos(x)}\frac{sin(x)}{\cancel{cos(x)}} = sin(x).$

$3/\ B = \big(cos(x)-sin(x)\big)^2 + 2sin(x).cos(x)$

$= cos^2(x) + sin^2(x) - \cancel{2sin(x).cos(x)} + \cancel{2sin(x).cos(x)}$

$= cos^2(x) + sin^2(x) = 1$

EXERCICE N°5 (5 points)



$AB = 2 , BC = 4 \; et$

$AC = 2.\sqrt{3}$

1) ***on a :*** $BC^2 = 16 = 12 + 4 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 2^2 = (AC)^2 + (AB)^2$

D'aprés la réciproque de pythagore le triangle ABC est rectangle en A .

2) ***a***) $tan\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

b) $tan\left(\widehat{ABC}\right) = \sqrt{3}$ alors $\widehat{ABC} = 60°$.

3) $AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{2.2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$, $BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{4}{4} = 1$, $CH = BC - BH = 3$.

4) $cos\left(\widehat{KAC}\right) = cos\left(\widehat{KCA}\right) = cos\left(\widehat{BCA}\right) = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.