

Exercice n° 1 (6 points)

Les parties I) et II) sont indépendantes.

I) Soient $a = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ et $b = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

1) Vérifier que $a \cdot b = 4$.

2) a- Calculer $a^2 + b^2$.

b- En déduire que $a - b = 2$.

c- Montrer alors que $a^3 - b^3 = 32$.

II) Soit n un entier naturel.

1) Montrer que $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$.

2) Calculer alors la somme $S = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}}$.

Exercice n° 2 (7 points)

On donne ci-dessous le tableau de signe d'un trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$.

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
P(x)	+	0	-	0	+

1) a- Déterminer le signe de a et du discriminant Δ .

b- Déterminer le signe de b et c .

c- Comparer en justifiant $P(-5)$ et $P(-1)$.

2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation: $\frac{|P(x)|}{P(x)} = -1$.

3) Sachant que $P(0) = -2$. Déterminer les réels a , b et c .

4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation: $\sqrt{3x^2 + 5x - 2} = x + 2$.

Exercice n° 3 (7 points)

Sur la feuille à rendre on a représenté un triangle OAB isocèle et rectangle en O tel que: $OA = OB = 1$ et I est le milieu de [AB].

1) Construire les points E, F et J tels que : $\overrightarrow{OE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AO} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

2) Montrer que \overrightarrow{OI} et \overrightarrow{EF} sont colinéaires.

3) On considère le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

a- Montrer que $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ est un repère orthonormé de plan.

b- Déterminer les coordonnées des points E, F, I et J dans le repère $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

c- Montrer que les points O, I et J sont alignés.

4) a- Construire le point C tel que O le milieu de segment [BC].

b- Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M du plan tels que: $\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$.

c- Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que: $\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA}\|$.

Feuille à rendre

Nom et prénom : Classe : 2^{ème} Sciences 2

