Institut : Mahmoud Al-Messadi Bardo	Chapitre : Arithmétique	Prof : Ayadi Mondher 2 ème sciences 2 ème technologie de l'infomatique

I. Division euclidienne-divisibilité :

1) Pour démarrer : Division euclidienne

Activité 1 :

Indiquer parmi les égalités suivantes celles qui traduisent une division euclidienne et terminer le tableau :

Egalité	Division euclidienne	Le dividende	Le diviseur	Le quotient	Le reste
73=20 x 3+13	Oui	73	20	3	13
	Non	73	3		
155=17 x 8+19					
189=12 x 15+9					
252=14 x 18					

Correction :

Egalité	Division euclidienne	Le dividende	Le diviseur	Le quotient	Le reste
73=20 x 3+13	Oui	73	20	3	13
	Non	73	3		
155=17 x 8+19	Non	155	17 8		
189=12 x 15+9	Oui	189	12 15	15 12	9
252=14 x 18	Oui	252	14 18	18 14	0

Théorème :

Soient a et b deux entiers naturels avec $b \neq 0$, il existe un unique couple $(q\,,r\,) \in \mathbb{N}^2$ tel que $a = b\,.\,q + r$ tel que $0 \leq r < b$

Activité 2 :

Répondre par vrai ou faux :

-Soient $a \in \mathbb{N}$ et $n|a$ (n divise a) alors :

- a est un multiple de n ……………..
- a et n sont premiers entre eux ……………..
- $PGCD\,(\,a\,,n\,) = n$ ……………..
- $a = k\,.\,n$ où k est un entier naturel ……………..
- $PPCM\,(\,a\,,n\,) = a\,.\,n$ ……………..
- Le reste de la division euclidienne de a par n est zéro ……………

Correction : vrai, faux, vrai, vrai , faux, vrai

Définition :

Si a et b deux entiers, on dit que a divise b, ou que b est divisible par a, s'il existe un entier q tel que $b = a.\,q$, on dit encore que a est un diviseur de b , ou que b est un multiple de a. On le note $a|b$

2) Division euclidienne-Décomposition en facteurs premiers -PGCD-PPCM

Activité 1 :

Quel jour de la semaine seront nous :

- Après 77 jours : ………………..……………………………………..
- Après 155 jours : ……………………………………………………..
- Après 234 jours : ………………………………………………………

Correction :

Quel jour de la semaine seront nous :

- Après 77 jours : ce jour ……………….
- Après 155 jours : demain…………………….
- Après 234 jours : après le jour après demain……………………

Activité 2 :

Soient a, b et c trois entiers naturels tels que a divise b et a divise c

1) Montrer que a divise $p.b$ et a divise $p.c$ où p est un entier naturel.
2) Montrer que a divise $b+c$.
3) Montrer que a divise $b-c$ (si $b \geq c$)

Correction :

1) a divise b donc il existe un entier naturel $q_1 \in \mathbb{N}$ tel que $b = q_1 . a$
   a divise c donc il existe un entier naturel $q_2 \in \mathbb{N}$ tel que $c = q_2 . a$

p est un entier naturel alors : $p.b = p.q_1 . a$ donc a divise $p.b$

et $p.c = p.q_2 . a$ donc a divise $p.c$

2) $b + c = q_1 . a + q_2 . a = (q_1 + q_2). a$ donc a divise $b + c$

3) soit $b \geq c$ alors $b - c \geq 0$

On a $b - c = q_1 . a - q_2 . a = (q_1 - q_2). a$ donc a divise $b - c$

Propriété :

- Si a et b sont deux entier naturels, avec $a \neq 0$, a divise b ou que a est un diviseur de b s'il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $b = k.a$ ou $\frac{b}{a} = k$.
  On dit que b est un multiple de a.
- Tout entier naturel n est toujours divisible par 1 et n.
- Si $a|b$ et $b|c$ alors $a|c$.
- Si a divise b et $b \neq 0$ alors $a \leq b$.
- Si a divise b et b divise a alors $a=b$.

Définition :

- Un entier naturel $p \geq 2$ est dit premier si ses seuls diviseurs positifs sont 1 et p
- L'ensemble des nombres premiers est infini

Activité 3 :

1) Décomposer en produit des facteurs premiers les entiers naturels suivants : 245 ; 252 et 600
2) Déterminer : PGCD (245 ; 252) , PGCD (252 ; 600), PGCD (245 ; 600) PPCM (245 ; 252) , PPCM (252 ; 600) et PPCM (245 ; 600)
3) Déterminer N le nombre des diviseurs des entiers naturels suivants : 245 ; 252 et 600

Correction :

1) on a

$$\begin{array}{r|l} 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{r|l} 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{r|l} 600 & 2 \\ 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$245 = 5^1 \times 7^2$ $\quad$ $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7^1$ $\quad$ $600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2$

2) $PGCD\,(245\,;\,252) = 7^1 = 7$; $PGCD\,(252\,;\,600) = 2^2 \times 3^1 = 12$

$PGCD\,(245\,;\,600) = 5^1 = 5$; $PPCM\,(245\,;\,252) = 2^2 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2 = 8820$

$PPCM\,(252\,;\,600) = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^1 = 12600$

$PPCM\,(245\,;\,600) = 2^3 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^2 = 29400$

3) **Remarque :**

a est premier alors les diviseurs de a^n sont $a^0, a^1, a^2, \ldots\ldots\ldots\ldots$ et a^n.
Donc le nombre des diviseurs de a^n est $n+1$

Soit N le nombre des diviseurs de 245 alors $N = (1+1) \times (2+1) = 6$

Soit N le nombre des diviseurs de 252 alors $N = (2+1)(2+1)(1+1) = 18$

Soit N le nombre des diviseurs de 600 alors $N = (3+1)(1+1)(2+1) = 24$

Théorème fondamentale de l'arithmétique :

Tout entier $n \geq 2$ se décompose de façon unique en produit des facteurs premiers. Donc : $n = {p_1}^{\alpha_1}.{p_2}^{\alpha_2}.{p_3}^{\alpha_3} \ldots\ldots {p_k}^{\alpha_k}$; $p_1 < p_2 < p_3 < \ldots\ldots < p_k$ est la décomposition primaire de n où les p_i sont premiers et les $\alpha_i \in \mathbb{N}^*$

Théorème : (nombre des diviseurs d'un entier n)

Soit n un entier tel que $n = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3} \ldots\ldots p_k^{\alpha_k}$; p_i *est premier alors le nombre des diviseurs N de n est :*
$N = (\alpha_1 + 1).(\alpha_2 + 1).(\alpha_3 + 1) \ldots\ldots\ldots(\alpha_k + 1)$

Définition 1 :

Soient a et b deux entiers naturels tels que $a \neq 0$ *et* $b \neq 0$.
L'ensemble des diviseurs communs de a et de b est fini et non vide, cet ensemble possède un plus grand élément appelé plus grand commun diviseur de a et b et noté PGCD (a, b).

Définition 2 :

On note par $PGCD\,(a,b) = d$
Si $d = 1$ *on dit que a et b sont premiers entre eux.*
Si $d \neq 1$ *: Le plus grand diviseur commun de deux entiers naturels a et b est le produit des facteurs premiers qu'ils ont en commun, on donnant le plus petit indice d'exposant à chacun de ces facteurs.*

Définition 3 :

Soient a et b deux entiers naturels tels que $a \neq 0$ *et* $b \neq 0$.
L'ensemble des multiples communs de a et de b est fini et non vide, cet ensemble possède un plus petit élément différent de zéro appelé le plus petit commun multiple de a et b et noté PPCM (a, b).

Définition 4 :

Le plus petit commun multiple de deux entiers naturels est le produit de tous les facteurs premiers qui apparaissent dans la décomposition des deux entiers, tels que chacun des facteurs est affecté du plus grand exposant qui apparait dans celles-ci

Propriété :

- *Si* $d = PGCD\,(a,b)$*, alors n divise a et n divise b si et seulement si n divise d.*
- *Si* $d = PGCD(a,b)$*, alors* $a = d.a'$ *et* $b = d.b'$ *alors a' et b' sont premier entre eux*
- *Si* $d = PPCM\,(a,b)$*, alors n est un multiple de a et de b si et seulement si n est un multiple de d.*

Proposition :

Pour tous entier a et b on a :
$a \times b = PGCD(a,b) \times PPCM(a,b)$

II. Critère de divisibilité :

1) Critère de divisibilité par 2 , 5 , 10 , 4 , 25 , 100 , 8 , 125 et 1000 :

Activité 1 :

1) a) Déterminer le reste de la division euclidienne par 10 pour chacun des nombres suivants : 37 ; 175 ; 18159 et 350600

Que remarquez-vous ?

b) Ecrire chacun de ces nombres sous la forme $n = 10.a + b$ *où b est le chiffre des unités de n et a un entier naturel.*

c) Déduire le reste de division euclidienne de ces nombres par 2 et 5

2) Enoncé un critère de divisibilité par 2, par 5 et par 10

Correction :

1) a) b) c)

Nombre n	Reste de la division de n par 10	$n = 10.a + b$	b	Reste de la division de n par 2	Reste de la division de n par 5
37	7	$37 = 10 \times 3 + 7$	7	1	2
175	5	$175 = 10 \times 17 + 5$	5	1	0
18159	9	$18159 = 10 \times 1815 + 9$	9	1	4
350600	0	$350600 = 10 \times 35060$	0	0	0

• *On remarque que le reste de la division de chaque nombre n par 10 est le chiffre des unités b de ce nombre*

• *Le reste de la division de chaque nombre n par 2 (respectivement par 5) est le reste de la division de son chiffre des unités b par 2 (respectivement par 5)*

Critère de divisibilité par 2, 5 et 10

- ♦ *Un nombre est divisible par 2 lorsque le chiffre des unités est : 0, 2 ,4 ,6 ou 8*
- ♦ *Un nombre est divisible par 5 lorsque le chiffre des unités est 0 ou 5*
- ♦ *Un nombre est divisible par 10lorsque le chiffre des unités est 0*

Activité 2 :

1) a) Déterminer le reste de la division euclidienne par 100 pour chacun des nombres suivants : 12 ; 50 ; 133 ; 984 ; 4500 et 79375

Que remarquez-vous ?

b) Ecrire chacun de ces nombres sous la forme $n = 100.a + b$ *où b est le nombre formé par les deux dernier chiffres de droite de n et a un entier naturel.*

c) Déduire le reste de division euclidienne de ces nombres par 4 et 25

2) Enoncé un critère de divisibilité par 4, par 25 et par 100

Correction :

1) a) b) c)

Nombre n	Reste de la division de n par 100	$n = 100.a + b$	b	Reste de la division de n par 4	Reste de la division de n par 25
12	12	$12 = 100 \times 0 + 12$	12	0	12
50	50	$50 = 100 \times 0 + 50$	50	2	0
133	33	$133 = 100 \times 1 + 33$	33	1	3
984	84	$984 = 100 \times 9 + 84$	84	0	9
4500	0	$4500 = 100 \times 45$	0	0	0
79375	75	$79375 = 100 \times 793 + 75$	75	3	0

• *On remarque que le reste de la division de chaque nombre n par 100 est le nombre formé par les deux derniers chiffres de droite.*

• *Le reste de la division de chaque nombre n par 4 (respectivement par 25) est le reste de la division du nombre b par 4 (respectivement par 25)*

Critère de divisibilité par 4, 25 et 100

- ♦ *Un nombre est divisible par 4 lorsque les deux chiffres de droite forme un nombre multiple de 4*
- ♦ *Un nombre est divisible par 25 lorsque les deux chiffres de droite sont : 00 ; 25 ; 50 ou 75*
- ♦ *Un nombre est divisible par 100 lorsque les deux chiffres de droite sont : 00*

Activité 3 :

1) a) Déterminer le reste de la division euclidienne par 1000 pour chacun des nombres suivants : 43 ; 375 ; 1968 ; 2500 et 24000

Que remarquez-vous ?

b) Ecrire chacun de ces nombres sous la forme $n = 1000.a + b$ *où b est le nombre formé par les trois derniers chiffres de droite de n et a un entier naturel.*

c) Déduire le reste de division euclidienne de ces nombres par 8 et 125

2) Enoncé un critère de divisibilité par 8, par 125 et par 1000

Correction :

1) a) b) c)

Nombre n	Reste de la division de n par 1000	$n = 1000.a + b$	b	Reste de la division de n par 8	Reste de la division de n par 125
43	43	$43 = 1000 \times 0 + 43$	43	3	43
375	375	$375 = 1000 \times 0 + 375$	375	7	0
1968	968	$1968 = 1000 \times 1 + 968$	968	0	83
2500	500	$2500 = 1000 \times 2 + 500$	500	4	0
24000	0	$24000 = 1000 \times 24$	0	0	0

• On remarque que le reste de la division de chaque nombre n par 1000 est le nombre formé par les trois derniers chiffres de droite de n.

• Le reste de la division de chaque nombre n par 8 (respectivement par 125) est le reste de la division de nombre formé par les trois derniers chiffres de droite de n par 8 (respectivement par 125).

Critère de divisibilité par 8, 125 et 1000

- ♦ Un nombre est divisible par 8 lorsque le nombre formé par ses trois derniers chiffres de droite est un multiple de 8.
- ♦ Un nombre est divisible par 125 lorsque le nombre formé par ses trois derniers chiffres de droite est un multiple de 125.
- ♦ Un nombre est divisible par 1000 lorsque le nombre formé par ses trois derniers chiffres de droite est : 000

2) Critère de divisibilité par 3 et 9 :

Rappel :

n étant un entier et S la somme de ces chiffres, on sait que :

- n est divisible par 3 (respectivement par 9) si et seulement si S est divisible par 3 (respectivement par 9).
- n et S ont le même reste dans la division euclidienne par 3 (respectivement par 9)

Activité :

On se propose de démontrer ces résultats pour un entier de quatre chiffres.

1) Soit n un entier à quatre chiffres tel que $n = abcd$

Chiffre des milliers — chiffre des unités

Chiffre des centaines — chiffres des dizaines

On a S=a+b+c+d la somme des chiffres de n.

a) Montrer que $n = 999.a + 99.b + 9.c + S$

b) Montrer que $n - S$ est divisible par 3 et par 9.

2) Montrer que le reste de la division de n par 3 (respectivement par 9) est le reste de la division de S par 3 (respectivement par 9).

3) Donner un critère de divisibilité par 3 et par 9.

Correction:

1) a) On a $n = abcd$

$$= 1000.a + 100.b + 10.c + d$$

$$= 999.a + a + 99.b + b + 9.c + c + d$$

$$= 999.a + 99.b + 9.c + (a + b + c + d)$$

$$= 999.a + 99.b + 9.c + S$$

b) On a $n = 999.a + 99.b + 9.c + S \Leftrightarrow n - S = 999.a + 99.b + 9.c$

$\Leftrightarrow n - S = 9 \times (111.a + 11.b + c)$ Donc $n - S$ est divisible par 3 (respectivement par 9)

2) Le reste de la division euclidienne de n par 3 $=$ le reste de la division de $(999.a + 99.b + 9.c)$ par 3 $+$ le reste de la division de S par 3

$= 0 +$ reste de division de S par 3 Donc on conclut que

Le reste de la division euclidienne de n par 3 $=$ reste de division de S par 3

On remarque que le résultat est le même pour le reste de la division de n par 9

Le reste de la division euclidienne de n par 9 $=$ reste de division de S par 9

3) Critère de divisibilité par 3 et 9

Un nombre est divisible par 3 (respectivement par 9) lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3 (respectivement par 9)

3) Critère de divisibilité par 11 :

Activité 1:

Soit n un entier naturel.

1) a) Vérifier que 11 divise $10^2 - 1$

b) Montrer que si 11 divise n-1 alors 11 divise $10^2.n - 1$.

c) En déduire que $10^4 - 1$, $10^6 - 1$ et $10^8 - 1$ sont divisible par 11.

2) a) Vérifier que $10^3 + 1$ est divisible par 11.

b) montrer que si 11 divise n+1 alors 11 divise $10^3.n + 1$

c) En déduire que $10^3 + 1$, $10^3 + 1$ et $10^3 + 1$ sont divisible par 11.

Correction :

1) a) $10^2 - 1 = 100 - 1 = 99 = 11 * 9$ donc $10^2 - 1$ est divisible par 11

b) On suppose que 11 divise $n-1$ donc il existe un entier q tel que $n-1=11.q$

On a $10^2.n-1=100.n-1=99.n+n-1=99n+11.q=11.(9.n+q)$

alors $10^2.n-1$ est divisible par 11.

c) On a $10^4-1=10^2\times10^2-1$ et 10^2-1 est divisible par 11

donc 10^4-1 est divisible par 11

On a $10^6-1=10^2\times10^4-1$ et 10^4-1 est divisible par 11

donc 10^6-1 est divisible par 11

On a $10^8-1=10^2\times10^6-1$ et 10^6-1 est divisible par 11

donc 10^8-1 est divisible par 11

2) a) $10^3+1=1000+1=990+10+1=990+11=11\times(90+1)$

$=11\times91$ donc 10^3+1 est divisible par 11

b) On suppose que 11 divise $n+1$ donc il existe un entier p tel que $n+1=11.p$

On a $10^2.n+1=100.n+1=99.n+n+1=99n+11.p=11.(9.n+p)$

alors $10^2.n+1$ est divisible par 11.

c) On a $10^5+1=10^2\times10^3+1$ et 10^3+1 est divisible par 11

donc 10^5+1 est divisible par 11

On a $10^7+1=10^2\times10^5+1$ et 10^5+1 est divisible par 11

donc 10^7+1 est divisible par 11

On a $10^9+1=10^2\times10^7+1$ et 10^7+1 est divisible par 11

donc 10^9+1 est divisible par 11

Activité 2:

1) a) Montrer que:

$75429=7(10^4-1)+5(10^3+1)+4(10^2-1)+2(10^1+1)+9(10^0-1)+(9-2+4-5+7)$

b) Compléter

$2765=2\times(10^{\cdots}+1)+7\times(10^{\cdots}-1)+6\times(10^{\cdots}+1)+5\times(10^{\cdots}-1)\ +(5-6+7-2)$

c) Ecrire sous la même forme le nombre 185042.

85042 =……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

2) compléter le tableau suivant :

Nombre n	d	n est divisible par 11	d est divisible par 11
2765	5-6+7-2	non	non
473			
91827			
9081919			

Que remarque t- on ?

Correction:

1) a) On a :

$75429=7\times10^4+5\times10^3+4\times10^2+2\times10^1+9\times10^0$

$=7(10^4-1)+7+5(10^3+1)-5+4(10^2-1)+4+2(10^1+1)-2+9\times(10^0-1)+9$

$=7(10^4-1)+5(10^3+1)+4(10^2-1)+2(10^1+1)+9\times(10^0-1)+(9-2+4-5+7)$

b)

$2765=2\times(10^3+1)+7\times(10^2-1)+6\times(10^1+1)+5\times(10^0-1)\ +(5-6+7-2)$

c)

$85042=8(10^4-1)+5(10^3+1)+0(10^2-1)+4(10^1+1)+2(10^0-1)+(2-4+0-5+8)$

2)

Nombre n	d	n est divisible par 11	d est divisible par 11
2765	5-6+7-2	non	non
473	3-7+4	oui	oui
91827	7-2+8-1+9	non	non
9081919	9-1+9-1+8-0+9	oui	oui

On remarque que si n est divisible par 11 alors d est divisible par 11.

Remarque :

Un nombre est divisible par 11 lorsque la différence entre la somme des chiffres de rang impair et la somme des chiffres de rang pair est un multiple de 11

Activité 3:

1) a) Déterminer les multiples de 11 inférieur à 100.

b) Pour les entiers d suivants, déterminer le plus petit multiple m de 11, tel que d+m soit positif ou nul : -5 ; -13 ; -22 ; -27 ; -93.

2) a) Vérifier que :

$$8291 = 8(10^3+1)+2(10^2-1)+9(10^1+1)+1(10^0-1)+(1-9+2-8)$$

b) Soit $d = (1-9+2-8) = -14$

Quel est le plus petit multiple m de 11, tel que d+m soit positif ou nul ?

c) Compléter le tableau suivant, m est le plus multiple de 11 tel que d+m soit positif ou nul.

Nombre n	Reste de la division par 11	d	m	d+m
8291	8	1-9+2-8=-14	22	8
190				
581				
5071				
8370				
709180				

Que remarque t-on ?

Correction:

1) a) les multiples de 11 inférieur de 100 sont : 00 ; 11 ; 22 ; 33 ; 44 ; 55 ; 66 ; 77 ; 88 ; 99.

b)

d	-5	-13	-22	-27	-93
m	11	22	33	33	99

2) a)

$$\begin{aligned}8291 &= 8\times10^3+2\times10^2+9\times10^1+1\times10^0\\ &= 8(10^3+1)-8+2(10^2-1)+2+9(10^1+1)-9+1(10^0-1)+1\\ &= 8(10^3+1)+2(10^2-1)+9(10^1+1)+1(10^0-1)+(1-9+2-8)\end{aligned}$$

b) On a

$d = 1-9+2-8 = -14$ alors $m = 22$ tel que $d+m = -14+22 = 8$

c)

Nombre n	Reste de la division par 11	d	m	d+m
8291	8	1-9+2-8=-14	22	8
190	3	0-9+1=-8	11	3
581	9	1-8+5=-2	11	9
5071	0	1-7+0-5=-11	11	0
8370	10	0-7+3-8=-12	22	10
809080	8	0-8+0-9+0-8=-25	33	8

Remarque :

On Remarque que le reste de la division de n par 11 est égale à la somme d+m tels que :

$d =$ (somme des chiffres d'ordre impair) $-$ (somme des chiffres d'ordre pair)

$m =$ le plus petit multiple de 11 tel que $d+m$ soit positif ou nul

Exercice :

Déterminer les restes de la division euclidienne par 11 des entiers suivants :

4528 ; 654321 ; 915687 ; 907090 ; 90450786

Correction :

Nombre n	d	m	Reste de la division de n par 11 (d+m)
8452	2-5+4-8=-7	11	4
654321	1-2+3-4+5-6=-2	11	9
915087	7-8+0-5+1-9=-14	22	8
909090	0-9+0-7+0-9=-27	33	6
90450786	6-8+7-0+5-4+0-9=-3	11	8

Critère de divisibilité par 11

Soit n un entier naturel, on désigne par S_1 la somme de ses chiffres de rang impair et par S_2 la somme de ses chiffres de rang pair (de droite à gauche).

Soit $d = S_1 - S_2$:

1ère cas : $d \geq 0$

- *n est divisible par 11 si et seulement d est divisible par 11 .*
- *Le reste de la division euclidienne de n par 11 est égal au reste de la division euclidienne de d par 11.*

2ème cas : $d < 0$

Soit m le plus petit multiple de 11 tel que d+m soit positif ou nul.

- *n est divisible par 11 si et seulement si d+m est divisible par 11.*
- *Le reste de la division euclidienne de n par 11 est d+m*

Enrichissez vos connaissances :

Théorème de Gauss :

Soient a, b et c trois entiers naturels :

Si $a|b.c$ et $a \wedge b = 1$ alors $a|c$ ($a \wedge b = PGCD(a,b)$)

« *Si a divise $b.c$ et $PGCD\ (a,b) = 1$ alors a divise c* »

Conséquence :

Si $b|a$ et $c|a$ et $b \wedge c = 1$ alors $b.c|a$

« *Si b divise a et c divise a et $PGCD\ (b,c) = 1$ alors $b.c$ divise a* »

Egalité de Bézout :

Soit a et b deux entiers dont l'un est non nul et d leur PGCD. Alors il existe u et v deux entiers relatifs (u et $v \in \mathbb{Z}$) tels que $a.u + b.v = d$

Théorème de Bézout :

Soient a et b deux entiers :

Si $PGCD(a,b) = 1 \iff$ il existe u et v $\in \mathbb{Z}$ tel que $a.u + b.v = 1$

Exemples :

1) $45 = 5 \times 9$, on a 3 divise 45 et $3 \wedge 5 = 1$ alors $3|9$

2) on a $5|40$, $4|40$ et $5 \wedge 4 = 1$ alors $(5 \times 4)|40$

3) On a le $PGCD(18,24) = 6$

alors il existe u et v deux entiers relatfs tel que $18 \times u + 24 \times v = 6$

Soient $u = 3$ et $v = -2$ donc $18 \times 3 + 24 \times (-2) = 6$

4) On a le $PGCD(13,8) = 1$

alors il existe u et v deux entiers relatifs tel que $13 \times u + 8 \times v = 1$

Soient $u = -3$ et $v = 5$ alors $13 \times (-3) + 8 \times 5 = 1$