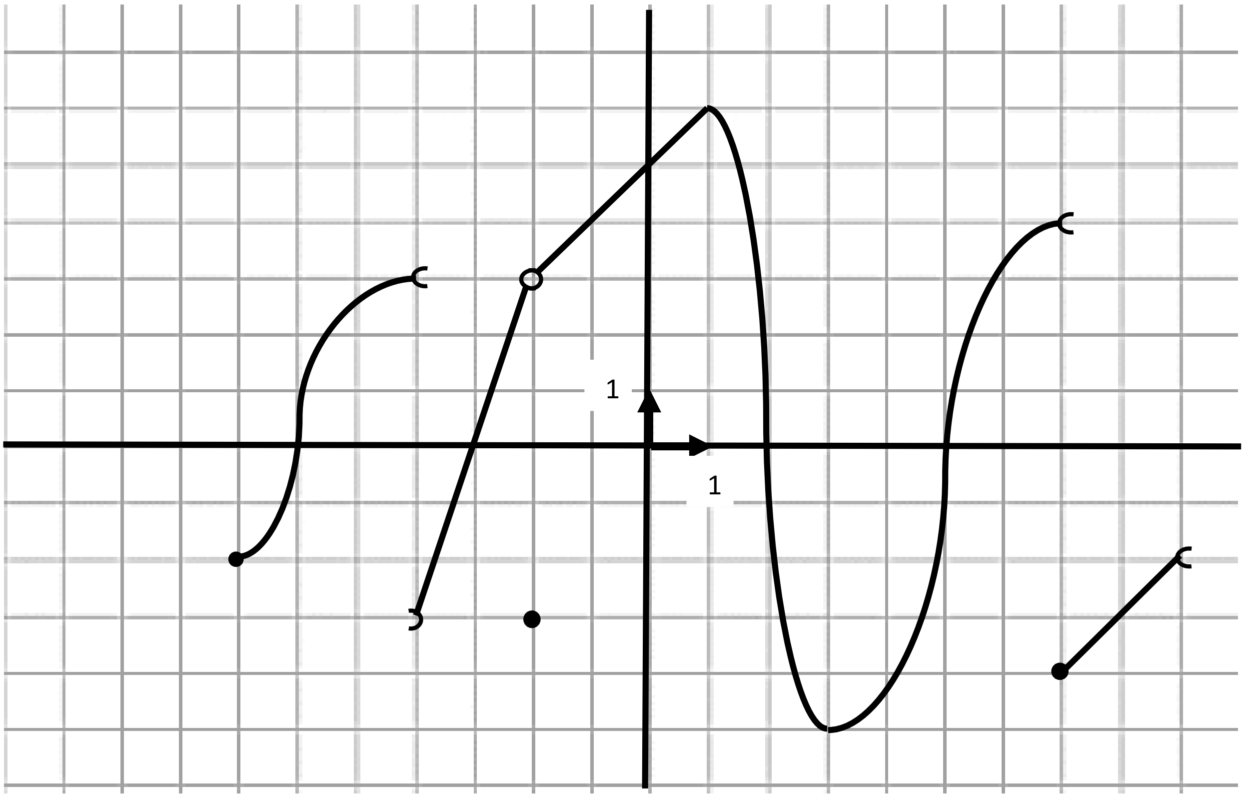
2020 /2021	**LIMITE ET COTINUITE**	**Mr A. WADDAY** *Niveau 3 eme eco*

Exercice 1

La courbe de la figure ci contre est la represetation graphique d' une foncion f



I)

1)

a) Donner le domaine de definition de la fonction f

b) Calculer **f (-2)** et **f(7)**

c) Resoudre **f (x) = 0**

d) Dresser le tableau de signe de f(x)

2)

a) Determiner les extremums de f sur **]-2, 7[** , préciser leurs natures et les valeurs de x ou ils sont atteints

b) Ces extremums sont ils locals ou absolus. Justifier la reponse

c) Dresser le tableau de variation de f

3)

a) Calculer $\lim_{x \to (-4)^+} f(x)$ et $\lim_{x \to (-4)^-} f(x)$.

b) f admet elle une limite en -4. Justifier la reponse

c) f est elle continue en (-4). Justifier la reponse

4)

a) Calculer $\lim_{x \to (-2)^+} f(x)$ et $\lim_{x \to (-2)^-} f(x)$.

b) f admet elle une limite en -2. Justifier la reponse

c) f est elle continue à gauche en (-2). f est elle continue à droite en (-2). f est elle continue en (-2) Justifier la reponse

5)

a) Calculer $\lim_{x\to(7)^+} f(x)$ et $\lim_{x\to(7)^-} f(x)$.

b) f admet elle une limite en 7. Justifier la reponse

c) f est elle continue à gauche en (7). f est elle continue à droite en (7). f est elle continue en (7). Justifier la reponse

6)

donner les intervalles ou la fonction f est continue

II)

soit **g(x) = ı f(x) ı**

1) Tracer sur la meme figure la courbe representative Cg de la fonction g

2) Dresser le tableau de variation de g

3)

a) g est elle continue en (-2)

b) g est elle continue en 7

c) g admet elle une limite en -4

4)

determiner le domaine de continuité de la fonction g

exercice 2

soit f la fonction definit sur I**R** par

$$f(x)=\begin{cases} 3x-2 & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{2x^2-3x+1}{x-1} & \text{si } 1 < x < 3 \\ 2x^2-3x-5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

1)

Calculer **f (-1) , f(1) , f(2) , f(3) et f(5)**

2)

a) Montrer que pour tout **1 < x < 3** , f(x) = 2 x – 1

b) Calculer $\lim_{x\to(1)^+} f(x)$, $\lim_{x\to(1)^-} f(x)$. f est elle continue en 1. Justifier la reponse

c) Calculer $\lim_{x\to(3)^+} f(x)$, $\lim_{x\to(3)^-} f(x)$. f est elle continue en 3. Justifier la reponse

3)

a) Etudier la continuité de f sur chacun des intervalles **] - ∞ ; 1]** , **] 1 ; 3[** et sur **[3 ; +∞[**

b) Deduire que f est continue sur IR \ { 3 }

Exercice 3

Soit f la fonction definit par

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x-6}{x+3} & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2+4x+2 & \text{si } -1 < x < 3 \\ \dfrac{(\sqrt{x+6}-3)}{x-3} & \text{si } x > 3 \\ 5 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

1) Donner l'ensemble de definition de la fonction f

2)

a) Montrer que pour tout x de **]-∞ ; -1] \ {-3}** f(x) = x - 2

b) Deduire $\lim_{x\to(-3)^+} f(x)$, $\lim_{x\to(-3)^-} f(x)$. f admet elle une limite en -3

c) Calculer $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$ **.** f est elle continue en -1

d) Deduire $\lim\limits_{x\to(3)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to(3)^-} f(x)$ **.** f est elle continue en 3

3)

a) Montrer que pour tout **-1 < x < 3 ;** **f(x) = - (x-2)^2 + 3**

b) deduire le sens de variation de f sur **]-1 ; 2]** et sur **[2 ; 3[**

4)

a) Montrer que pour tout x de **]3, +∞[** **f(x) =** $\frac{1}{\sqrt{x+6}+3}$

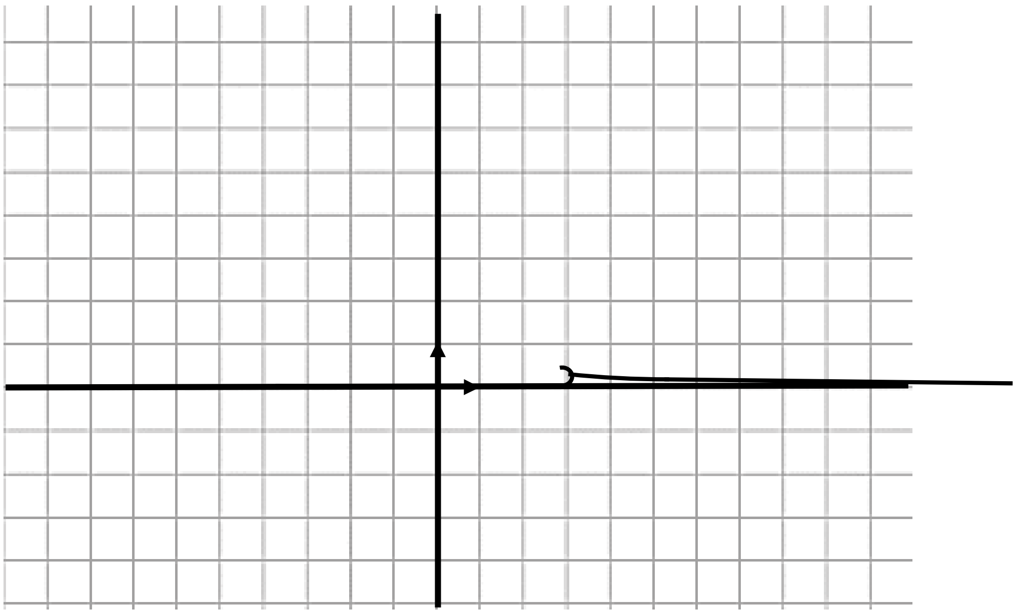
b) Calculer alors $\lim\limits_{x\to(3)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to(3)^-} f(x)$ **.** f admet elle une limite en 3

c) f est elle continue à gauche en 3. Justifier la reponse

d) f est elle continue à gauche en 3. Justifier la reponse

e) f est elle continue en 3

5) dans la figure ci-contre on a tracé la courbe **C$_f$** sur **]3, +∞[**



a) completer la courbe de **C$_f$**

b) determiner le maximum absolu de f. en quelle valeur de x est il atteint

c) que peut on dire de **C$_f$** si x s'approche de +∞

d) Dresser le tableau de variation de f

6)

soit **g(x) = ı f(x) ı**

a) Tracer sur la meme figure la courbe representative Cg de la fonction g

b) determiner le domaine de continuité de la fonction g

Exercice 4

Calculer les limite suivates

$\lim\limits_{x\to 2} 2x^2+5\,x-1$; $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+4}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\sqrt{x^2+1}-3x$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\frac{1-4x}{x-\frac{1}{4}}$; $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$;

$\lim\limits_{x\to -4}\frac{x^2-x-12}{x+4}$; $\lim\limits_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$; $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x-4}-1}{x-1}$

$\lim\limits_{x\to -2}\frac{\sqrt{x+6}+x}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x^2+7}-x-1}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3}$; $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2-x}{\sqrt{x^2-2x+1}+3x-7}$

Exercice 5

soit f la fonction definit sur IR par $f(x) = \dfrac{x^2+3x+2}{|x+1|}$

1)

- **a)** Donner l'ensemble de definition de f
- **b)** Factoriser $x^2 + 3x + 2$

2)

- **a)** Montrer que si **x > -1** **f(x) = x+2.** Deduire $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x)$
- **b)** Montrer que si **x < -1** **f(x) = -x-2.** Deduire $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x)$
- **c)** f admet elle une limite en (-1). Justifier la reponse

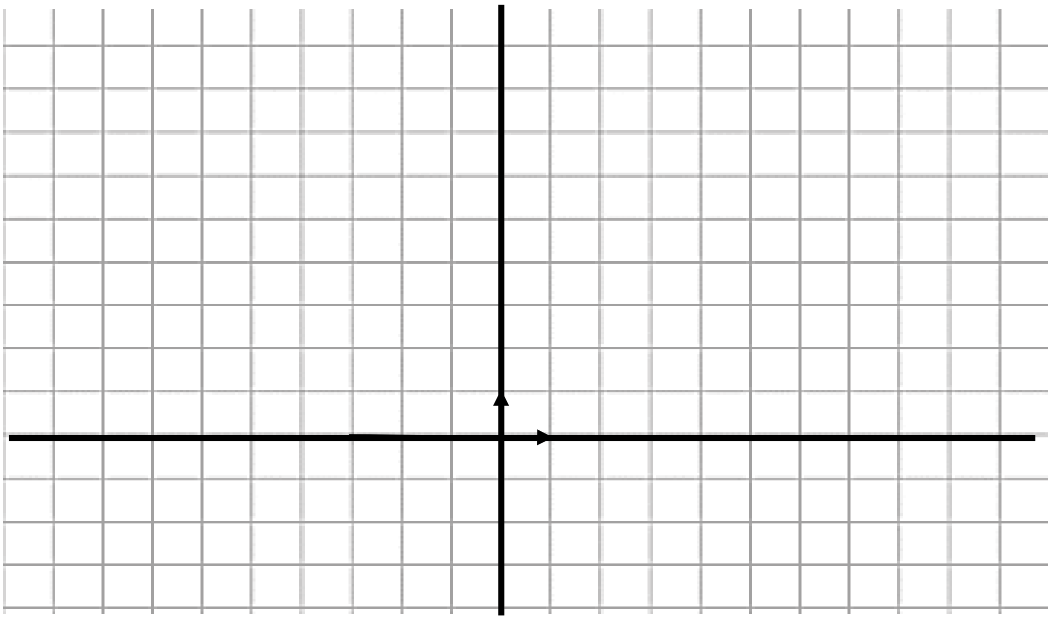
3)

soit h la fonction definit sur IR par h $\begin{cases} f(x) & \text{si } x \neq -1 \\ 3 & \text{si } x = -1 \end{cases}$

- **a)** h est elle continue à gauche en (-1) justifier
- **b)** h est elle continue à gauche en (-1) justifier
- **c)** tracer Ch courbe representative de h

4) soit **g(x) = | h(x) |**

- **a)** tracer sur la meme figure Cg courbe representative de g
- **b)** determiner graphiquement le domaine de continuité de g



exercice 6

soit f la fonction definit sur **[-7 ; 5]** par **f (x)** $\begin{cases} x^2 + 6x - 4 & -7 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{x^2+3x+2}{x^2+1} & 1 < x \leq 5 \end{cases}$

1)

- **a)** calculer $\lim\limits_{x \to (1)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to (1)^-} f(x)$
- **b)** **f est elle continue en 1**

2)

- **a)** Etudier la continuité de f sur **[-7 ; 1]**
- **b)** Etudier la continuité de f sur **]1 ; 5]**
- **c)** Deduire que f est continue sur I**R**

Exercice 7

soit f la fonction definit sur **[R** par **f (x)** $= \begin{cases} -2x + 7 & x \leq 3 \\ \sqrt{x+1} - 1 & x > 3 \end{cases}$

1)

- **a)** Calculer **f (2) , f(3) et f(8)**
- **b)** Calculer $\lim\limits_{x \to (3)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x \to (3)^-} f(x)$ **.** f est elle continue en **3**. Justifier la reponse

2)

Etudier le sens de variation de f sur **] -∞ ; 3]** et sur **]3 ; +∞[**

3)

- **a)** Montrer que pour tout **x > 3** **f(x) =** $\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \frac{1}{\sqrt{x+1}+2}$
- **b)** Deduire $\lim\limits_{x \to (3)^+} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$ **et** $\lim\limits_{x \to (3)^-} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

Exercice 8

soit f la fonction definit sur **[R** par **f (x)** $= \begin{cases} -x + 1 & x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 3 & x > 1 \end{cases}$

1)

- **a)** Calculer **f (-1) , f(1) f(2) et f (3)**
- **b)** Montrer que pour tout **x > 1** **f(x) = (x – 2)^2 – 1**
- **c)** Etudier le sens de variation de f sur **] -∞ ; 1]** et sur **]1 ; 2]** **et]2 ; +∞[**

2)

- **a)** Tracer la courbe representative **C$_f$** de la fonction **f**
- **b)** Factoriser $x^2 - 4x - 1$
- **c)** **Soit m =** $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ **.** calculer **m**

3) Soit Δ la droite representative de la fonction **g(x) = m (x- 2) + f (2)**

- **a)** Donner equation simplifier de **g(x)**
- **b)** Representer Δ
- **c)** Que peut on dire de la position de Δ par apport à **C$_f$**