

**Exercice n°1(7pts)**

On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix}$  avec  $a$  est un nombre réel

1) Déterminer  $a$  pour que  $AxB = 11I_2$  avec  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2) On considère le système (S) :  $\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$

a) Donner l'écriture matricielle du système (S).

b) Résoudre alors le système (S).

3) On considère le système (S') :  $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 7 \end{cases}$

a) Montrer que le système (S') est équivalent au système (S'') :  $\begin{cases} z = 6 - x - y \\ x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$

b) En déduire l'ensemble des solutions du système (S').

**Exercice n°2(5pts)**

1) On considère le système (S) :  $\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 235 \\ x + 2y + 3z = 65 \\ 2x + 2y + 3z = 80 \end{cases}$

a) Déterminer la matrice M du système (S).

b) Montrer que la matrice M est inversible.

c) Soit  $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 3 & -3 & -6 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ .

Calculer  $MxB$  en déduire la matrice  $M^{-1}$  inverse de M.

d) Résoudre alors le système (S).

2)Le tableau suivant indique les frais de fabrication en matière première ,main d'œuvre et frais divers pour chaque unité des différents types de produits A, B et C

Types de produit	Unité de type A	Unité de type B	Unité de type C
Frais de fabrication			
Matière première en DT	5	7	9
Main d'œuvre en DT	1	2	3
Frais divers en DT	2	2	3

Les frais de tous les produits fabriqués en une journée donnée sont les suivants

Matière première :235 DT .Main d'œuvre : 65 DT .Frais divers :80 DT

Déterminer le nombre de produits fabriqués en cette journée de chaque type

A , B et C.

**Exercice n°3(8pts)** Soit f la fonction définie sur IR par

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3x + 3 & \text{si } x < -1 \\ \sqrt{x+1} - 1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Et on désigne par  $(C_f)$  la représentation graphique de f dans un repère orthonormé du plan.

1)Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

2)a)Vérifier que  $x^3 + 3x + 4 = (x + 1)(x^2 - x + 4)$

b)Etudier la continuité de f en (-1)

3)Etudier la dérivabilité en (-1).Interpréter graphiquement les résultats obtenues.

4)Ecrire les équations des demi tangentes à  $(C_f)$  au point d'abscisse (-1).

5)Montrer que f est dérivable sur  $]-\infty, -1[$  et sur  $]-1, +\infty[$  puis calculer  $f'(x)$  sur chaque intervalle.

6)a)montrer que f réalise une bijection de  $[-1, +\infty[$  sur un intervalle J à préciser.

b)Expliciter  $f^{-1}(x)$  pour  $x \in J$ .

Bouzouraa.Anis