

Exercice n1

1-/ Calculer les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 2x + 1} - 2x$$

2-/ Soit f la fonction définie sur IR par :

$$\begin{cases} f(x) = 1 + x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 1 - x^3 - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Soit (C) la courbe de f dans le repère orthonormé (O, \vec{I} , \vec{J})

a-/ Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ et interpréter graphiquement ce résultat.

b-/ Montrer que : $1 + x \leq f(x) \leq 1 - x$ pour tout $x < 0$

c-/ En déduire que f est continue en 0.

d-/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α sur $]0, +\infty[$ et que $\alpha \in]0, 1[$

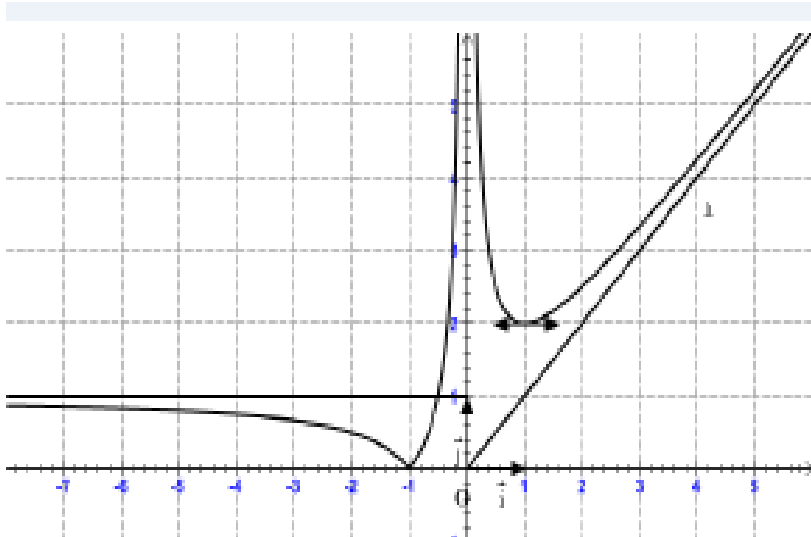
e- / déterminer le signe de f pour tout réel x négatif

Exercice n°4 C désigne la courbe d'une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ les droites D : $y = x$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$ et D' : $x = 0$ est une asymptote verticale déterminer graphiquement

a) $f(-1)$ et $f(1)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f\left(\frac{2x-3}{x-1}\right)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$



Exercice n3 Soit $(O; \vec{u}, \vec{v})$ un repère orthonormé ;

A le point d'affixe $Z_A = 2 + i\sqrt{3}$; B d'affixe $Z_B = 1 - \sqrt{3} + i$ et J le point d'affixe 1

1) a) montrer que $\frac{Z_B - Z_J}{Z_A - Z_J} = i$

b) déduire que JAB est un triangle rectangle et isocèle en J

2) a) Vérifier que A et B appartiennent au cercle de centre J et de rayon 2

b) En déduire une construction des points A et B

3) Soit I le milieu de [AB] .soit S le cercle de centre I et de rayon IA

a) vérifier que $J \in S$.

b) soit C le point d'affixe $Z_C = 2 - \sqrt{3} + i(\sqrt{3} + 1)$ montrer que JACB est un carré

Déduire une construction du point C.

c) Déterminer le module et un argument de Z_{JI}

d) Déduire $\cos \frac{7}{12}\pi$

Exercice n4 : le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{u}; \vec{v})$

soit A(3i) ; I(i) ; B(4) ; M(z) et M' le point d'affixe $Z' = \frac{iz+3}{z-4}$

1) Déterminer l'ensemble des points M tel que Z' soit réel

2) Montrer que $(z' - i)(z - 4) = 3 + 4i$

3) a) Déduire que $IM' \cdot BM = 5$.

b) montrer que si M' décrit le cercle de centre I et de rayon 2 alors M décrit un ensemble à déterminer

4) Montrer que $|Z'| = \frac{AM}{BM}$. En déduire que M si décrit la médiatrice de [AB] alors M' décrit un ensemble à déterminer