Exercice N1

Dans le graphique ci-contre on a tracé la courbe (C) d'une fonction f définie sur [-2,4].

1) Déterminer (-2) , $f(1)$ et $f(4)$.

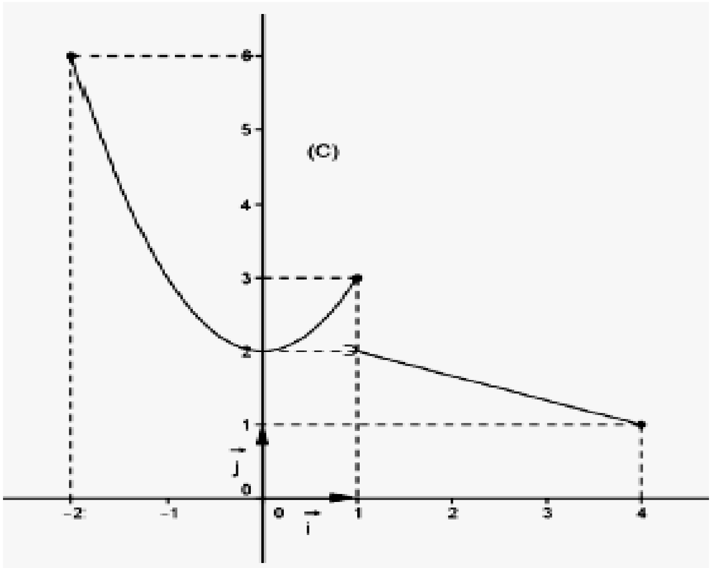
2) Etudier la continuité de f en 1.

3) Déterminer les intervalles sur lesquels f est continue.

4) Soit la fonction g définie sur [-2,+∞[par : $g(x)=\begin{cases} f(x) & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{x^2+4x-5}{x^2-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Etudier la continuité de g en 1.

b) Etudier la continuité de g sur [-2,+∞[.



Exercice N2

La figure ci-dessous représente une fonction f :

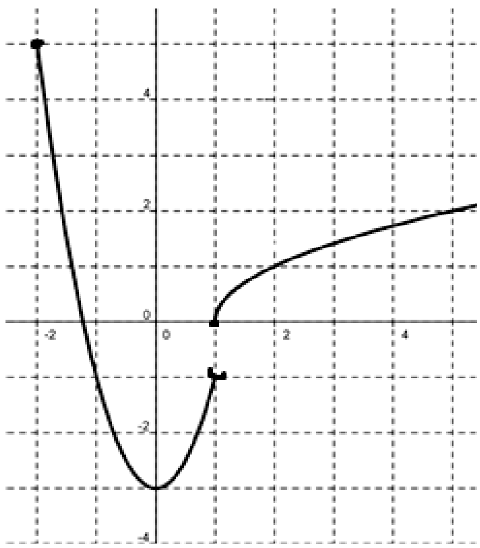
1)a – Déterminer D_f le domaine de définition de f.

b – f est-elle continue en 1 ? Justifier.

2)Déterminer les images par f des intervalles :
$I=[-2;1[$; $J=[0;2]$ et $K=D_f$

3)Déterminer le nombre de solution de l'équation :f(x)=-1

4)Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet un unique solution α dans $[-2;0]$



Exercice N3

Soit la fonction f définie par la courbe ci-contre.

1/Déterminer le domaine de définition de f.

2/a) Compléter :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$f(-2) = \ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ f(0)=…………

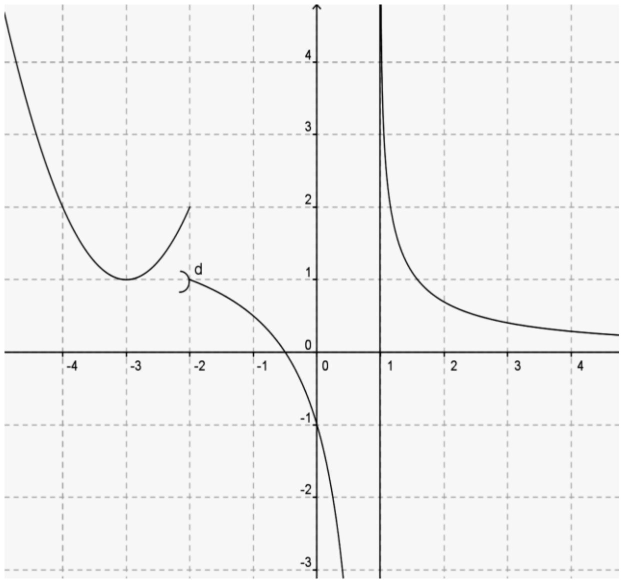
b) f est-elle continue en (-2) ?

c) Préciser les asymptotes éventuelles à Cf.

3)Soit g la restriction de f sur l'intervalle]-2 ;1[.

a)Montrer que g réalise une bijection de sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que l'équation g(x)=0 admet unique solution β∈[-1 ;0]



Exercice N4

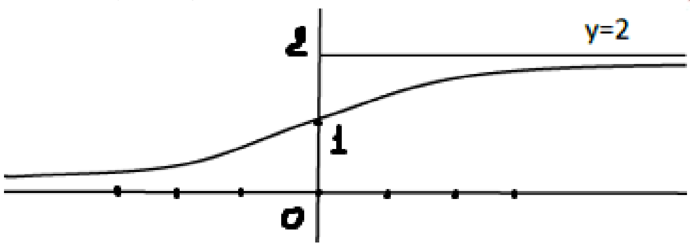
La figure suivante est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé (O ; *i* ;j)

1) Par une lecture graphique déterminer f(0) ; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\sin(f(x))}{f(x)}$

2) Déterminer f[0 ;+∞[; f(ℝ)

3) a) Montrer que f réalise une bijection de ℝ Vers un intervalle que l'on déterminera

b) Construire $C_{f^{-1}}$ dans le même repère (justifier)



Exercice N5

Soit f une fonction définie sur un domaine D dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

1. Par lecture graphique

(a) Déterminer D

(b) f(-2) et f(1)

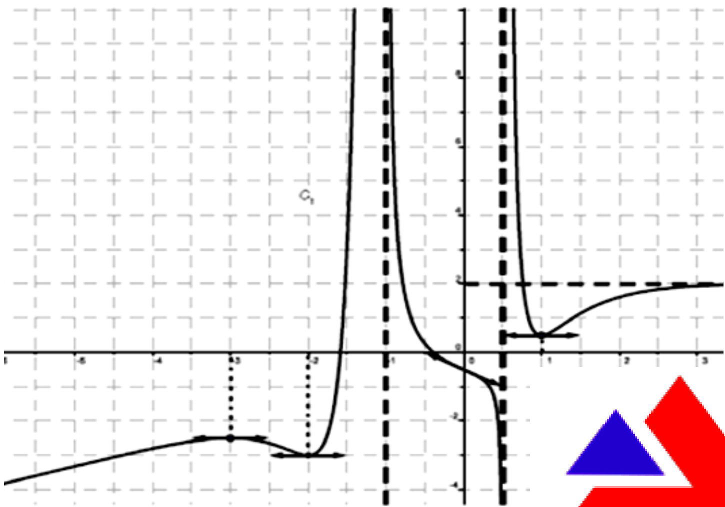
(c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^-} f(x)$;

$\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}^+} f(x)$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

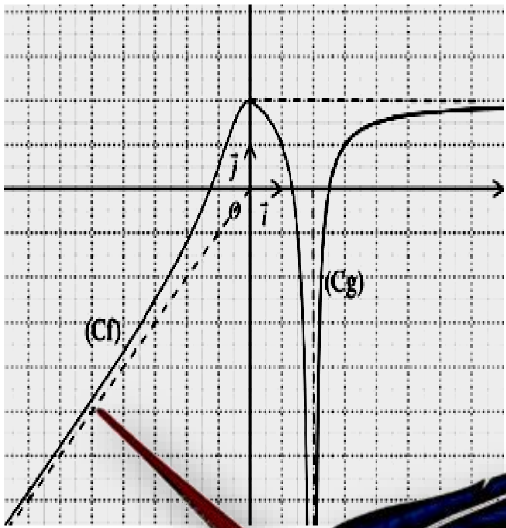
2. déterminer f(]-1 ; $\frac{1}{2}$ [)

3. (a) Dresser le tableau de variations de f

(b) En déduire le tableau de signe de f'(x)



Exercice N6



Dans la figure ci-contre ; on a tracé les courbes C_f et C_g de deux fonctions f et g dans un repère orthonormé (o ;i ;j)

1) Par Lecture graphique :

a) Donner $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to2^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

b) Déterminer g(]2 ;+∞[) et f(]-∞ ;2[)

c)Calculer $\lim\limits_{x\to2^+} fog(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} fog(x)$

2) On donne g($\dfrac{5}{2}$)=0

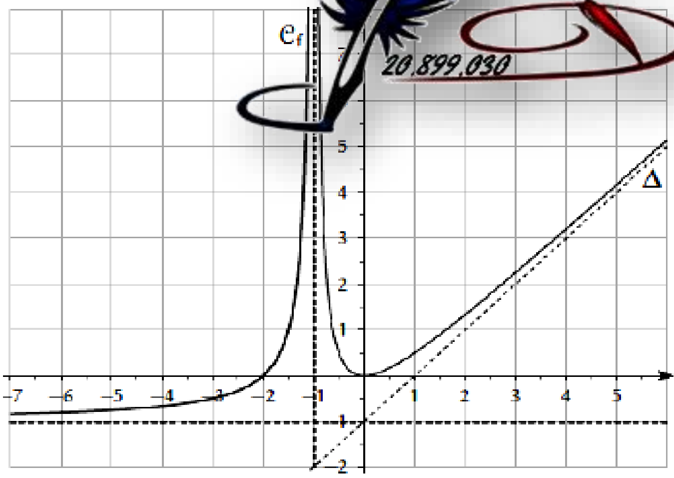
a)Vérifier que fog est continue sur]2 ;+∞[

b) Montrer que l'équation fog (x)= $\dfrac{3}{2}$ admet unique solution α∈[$\dfrac{5}{2}$;3]

Exercice N7

la courbe ζ_f représentée ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie et continue sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. On sait que :

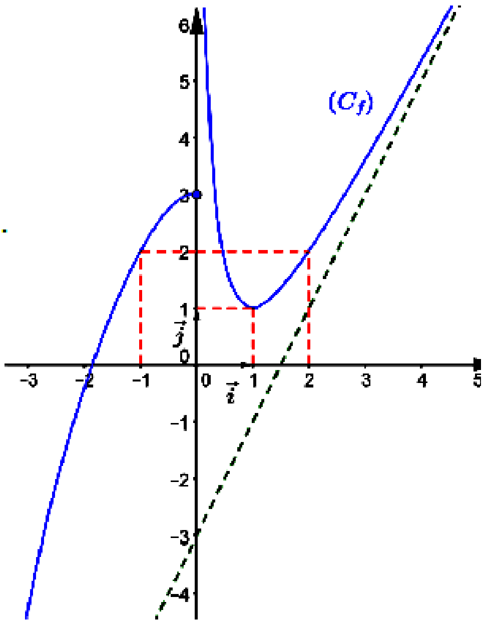
- La droite Δ : $y = x - 1$ est une asymptote à ζ_f au voisinage de $+\infty$.
- La droite Δ' : $y = -1$ est asymptote à ζ_f au voisinage de $-\infty$.
- La droite d'équation $x = -1$ est une asymptote à ζ_f .



1. A l'aide du graphique et des renseignements fournis déterminer :
   a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - x + 1)$.
   b) $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$. En déduire $\lim_{x\to-\infty} f(\dfrac{-x+1}{x+1})$.
   c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x^2+1)}{x}$.
2. Soit la fonction $g\colon x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$.
   a) Déterminer l'ensemble de définition de g .
   b) Montrer que la fonction g est prolongeable par continuité en -1 .
3. a) Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ f$.
   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f \circ f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f \circ f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{f \circ f(x)}{f(x)}$.

Exercice N8

Ci-contre est la courbe (C_f) représentation dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie sur IR.
Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes :



1°) Déterminer la nature de chacune des branches infinies de (C_f).

2°) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{-\infty} f\,,\ \lim_{+\infty} f\,,\ \lim_{0^-} f\,,\ \lim_{0^+} f\,,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x},\ \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} \text{ et } \lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right).$$

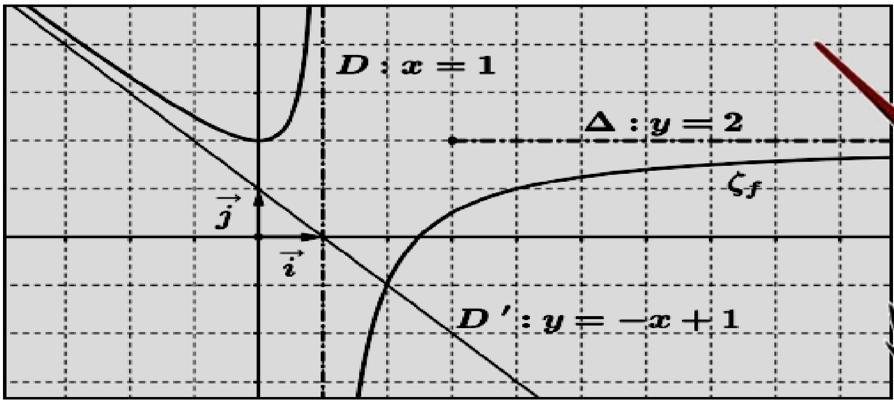
3°) Préciser la continuité de f en 0, à droite en 0 et à gauche en 0.

4°) Déterminer les images par f des intervalles : $]-\infty,-1]$ *et* $]0,2[$.

Exercice N9

1) Dans la figure ci-contre :

* C_f est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
* La droite $\Delta : y = 2$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.
* La droite $D : x = 1$ est une asymptote verticale à C_f.
* La droite $D' : y = -x + 1$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $-\infty$.



Par lecture graphique :

a) Résoudre dans IR, l'équation : $f(x) = 2$

b) Préciser $\lim\limits_{1^-} f(x)$; $\lim\limits_{1^+} f(x)$; $\lim\limits_{+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{-\infty}(f(x) + x - 1)$

c) Dresser le tableau des variations de f.

Par lecture graphique :

a) Résoudre dans IR, l'équation : $f(x) = 2$

b) Préciser $\lim\limits_{1^-} f(x)$; $\lim\limits_{1^+} f(x)$; $\lim\limits_{+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{-\infty}(f(x) + x - 1)$

c) Dresser le tableau des variations de f.

2) Soit g une fonction définie et continue sur $IR \setminus \{2\}$ et dont le tableau des variations est le suivant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g(x)$	0	↘	-2	↗	$+\infty$ || 6	↘	$-\infty$

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $g \circ f$.

b) Déterminer $(g \circ f)(2)$; $\lim\limits_{0}(g \circ f)(x)$; $\lim\limits_{1^-}(g \circ f)(x)$ et $\lim\limits_{+\infty}(g \circ f)(x)$

c) Déterminer le sens des variations de la fonction $g \circ f$ sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$